

熱学・統計力学要論(田中担当クラス) レポート問題

提出期限: 7/8 の授業時に集める.

- 理想気体を準静的に等圧膨張させる. このとき, 気体が行う仕事と気体に与える熱の比を, 単原子分子理想気体と2原子分子理想気体の場合について求めよ.
- カルノーサイクルを逆向きにして冷房を行なうエアコンがある. 外気温が 33°C で室温が 27°C とする.
 - 冷房の効率はいくらか.
 - このときのエアコンの消費電力が 1kW であるとする, 室内から運び出される熱量は毎秒何 J か.
 - 室外に捨てられる熱量はどうか.
- 0°C , 1g の氷が, 1 気圧の水蒸気になるときのエントロピーの変化を求めよ. ただし, 水の比熱を $1\text{ cal/g}\cdot\text{K}$, 気化熱を 540 cal/g , 融解熱を 80 cal/g とする.
- n モルの理想気体のヘルムホルツの自由エネルギーを T と V の関数として表わせ. ただし, $C_V = cnR$ とせよ.
- 状態方程式が $p = f(V)T$ で表わされる物質を考える. $f(V)$ は体積 V のみの関数である. 内部エネルギー $U(T, V)$ が, V に依存しないことを示せ. (ヒント: エネルギー方程式を用いる.)
- ファン・デル・ワールス気体は, 状態方程式

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

に従い, 等積熱容量 C_V が温度に依存しない定数であるような気体である.

- この気体の内部エネルギーを T と V の関数として決定せよ.
 - エントロピーを T と V の関数として求めよ.
 - ヘルムホルツの自由エネルギーを T と V の関数として表わせ.
 - この気体の圧力 $p(T, V)$ は温度 T が十分高いときは体積 V の減少関数であるが, ある温度 T_c より低温では減少関数ではなくなる. T_c を求めよ.
- 3つの変数 x, y, z が1つの関数関係 $f(x, y, z) = 0$ を満しているとき, 1つの変数を残りの2つの変数の関数と見ることができる. このとき,

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -1$$

であることを示せ. 上の結果は次のようにも書ける.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x / \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y,$$

8. p - V 平面上で, 等温過程を表す線を等温線, 断熱過程を表す線を断熱線と呼ぶ.

(a) $S = S(T(p, V), V)$ とみて,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V = \frac{C_V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V$$

を示せ.

(b) $S = S(T(p, V), p)$ とみて,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \frac{C_p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p$$

を示せ.

(c) 問7の結果を用いて,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S = - \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p / \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V,$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = - \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p / \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V,$$

を示せ.

(d) 以上の結果を用いて

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S = \frac{C_p}{C_V} \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \quad (1)$$

を導け. ($C_p > C_V$ なので, p - V 平面上の各点で等温線より断熱線の方が急勾配であることがわかる.)