量子力学第二演習　　No.5　98/5/14

1. 1 次元の Schrödinger 方程式

$$\hat{H}|E>=E|E>, \quad \hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2m}+V(\hat{x}) \tag{1}$$

を考える。$E>0$ であるとし、ポテンシャルエネルギーは

$$V(x)=\begin{cases} -V, & -a<x<a, V>0, \\ 0, & x<-a,\ x>a \end{cases}$$

で与えられるとする。以下の問いに答えよ。

(a) パリティ演算子 $\hat{P}$ を 座標を反転する $(x \to -x)$ 演算子と定義する。$\hat{P}$ の固有値は 1 か -1 になることを示せ。

(b) 上のハミルトニアン $\hat{H}$ はパリティ演算子 $\hat{P}$と交換するので、$\hat{H}$ と $\hat{P}$ の同時固有状態をつくることができる。パリティ演算子の固有値 1 に対応する同時固有状態を、パリティ偶のエネルギー固有状態という。Schrödinger 方程式 (1) を解いて、パリティ偶のエネルギー固有状態を求めよ。

(c) パリティ演算子の固有値 -1 に対応する同時固有状態を、パリティ奇のエネルギー固有状態という。Schrödinger 方程式 (1) を解いて、パリティ奇のエネルギー固有状態を求めよ。

2. 問題 1 と同じ 1 次元の Schrödinger 方程式を、$-V<E<0$ のときに考える。以下の問いに答えよ。

(a) パリティ偶のエネルギー固有状態を求め、その数が n 個になるための条件を示せ。

(b) パリティ奇のエネルギー固有状態を求め、その数が n 個になるための条件を示せ。

3. 1 次元の Schrödinger 方程式

$$\hat{H}|E>=E|E>, \quad \hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2m}+V(\hat{x}) \tag{2}$$

を考える。$E>0$ であるとし、ポテンシャルエネルギーは

$$V(x)=V\left(\delta(x+a)+\delta(x-a)\right)$$

で与えられるとする。以下の問いに答えよ。

(a) ポテンシャルエネルギー $V\delta(x-x_0)$ をもつ一次元の Schrödinger 方程式に対して、解の $x=x_0$ における接続条件を求めよ。以下ではこの (a) の結果を使うこと。

(b) Schrödinger 方程式 (2) を解いて、パリティ偶のエネルギー固有状態を求めよ。

(c) Schrödinger 方程式 (2) を解いて、パリティ奇のエネルギー固有状態を求めよ。