量子力学 2 演習 No.6 (01/6/7)

1. 2 準位系のハミルトニアン行列は

$$\begin{pmatrix} E_1^{(0)} & \lambda\Delta \\ \lambda\Delta & E_2^{(0)} \end{pmatrix}$$

のように表すことができる。摂動のない問題 $(\lambda = 0)$ に対するエネルギー固有関数は、明らかに

$$\phi_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \phi_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

で与えられる。

   (a) ハミルトニアンを厳密に対角化し、エネルギー固有関数 ϕ_1, ϕ_2 とエネルギー固有値 E_1, E_2 を求めよ。

   (b) $|\lambda\Delta| \ll |E_1^{(0)} - E_2^{(0)}|$ を仮定し、同じ問題を摂動論を用いて解け。エネルギー固有関数については 1 次まで、エネルギー固有値については 2 次まで求めよ。

   (c) 1b の結果を 1a で求めた厳密な結果と比較せよ。

2. 1 次元の調和振動子に摂動 $H_1 = \lambda\hat{x}$ が加わった。

   (a) 基底状態のエネルギーのずれを、摂動論を用いて、ゼロでない答えを与える最低次まで計算せよ。

   (b) この問題を厳密に解け。 厳密解と 2a で得た結果を比較せよ。

3. 縮退がなく時間を含まない摂動で、摂動を受けたエネルギー固有状態 $|k\rangle$ の中に対応する無摂動固有状態 $|k^{(0)}\rangle$ を見出す確率はいくらか。摂動の 2 次まで求めよ。