

## 力学I(共通教育、田中担当クラス)レポート問題

提出期限: 7月6日の授業中に集める.

1. 質量  $m$  の質点が次のようなポテンシャル (モースポテンシャル) のもとで運動している.

$$U(R) = D \left[ e^{-2\alpha(R-R_0)} - 2e^{-\alpha(R-R_0)} \right]$$

ただし,  $D, \alpha, R_0$  は正の定数である.

- (a) ポテンシャルの概形を図示し, ポテンシャルが極小となる  $R$  の値とその場所での  $U$  の値を示せ.
- (b) 運動が周期的となる全エネルギー  $E$  の範囲を示せ.
- (c) 極小点付近での微小振動の周期  $T$  を求めよ.
- (d) エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}m \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + U(R) = E \quad (1)$$

を用いて, 周期  $T$  を全エネルギー  $E$  の関数として求めよ. (ヒント:  $x = e^{\alpha(R-R_0)}$  と置き, 式 (1) を  $x$  で書き直し, それを積分せよ.)

- (e) 1d 結果と 1c の結果を比較せよ.
  - (f) モースポテンシャルは, 2原子分子のポテンシャルエネルギーの中で2つの原子核間の距離  $R$  を支配する部分を近似的に表している. 水素分子  $\text{H}_2$  の場合,  $R_0 = 0.742 \text{ \AA}$ ,  $D = 7.61 \times 10^{-19} \text{ J}$ ,  $\alpha R_0 = 1.44$  である. また, 質量  $m$  は換算質量と呼ばれるもので,  $\text{H}_2$  の場合, 陽子の質量 ( $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) の半分である. 1c の結果とこれらの数値を用いて, 微小振動の周期を計算せよ.
2. 平面内で力が次のように与えられている.

$$F_x = -y, \quad F_y = x.$$

始点  $A = (1, 0)$ , 終点  $B = (-1, 0)$  として線積分

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$$

について考える.

- (a) 単位円の上半分を経路として, 線積分を求めよ.
  - (b) 単位円の下半分を経路として, 線積分を求めよ.
  - (c) この力は保存力か.
3. 平面内ではたらく力  $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$  について考える.

- (a)  $\mathbf{F}$  が保存力ならば,

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

であることを示せ.

- (b)  $F_x = axy$ ,  $F_y = ax^2/2$ は保存力か. ただし,  $a$ は定数. もし保存力ならばポテンシャルを求めよ. (ポテンシャルを推測して, そのポテンシャルから与えられた力が導かれることを示せばよい.)
- (c)  $\mathbf{F} = r\mathbf{a}$ は保存力か. ただし,  $\mathbf{a}$ は定数ベクトル,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ である. もし保存力ならばポテンシャルを求めよ.
- (d)  $\mathbf{F} = \mathbf{a}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})$ は保存力か. ただし,  $\mathbf{a}$ は定数ベクトル,  $\mathbf{r} = (x, y)$ である. もし保存力ならばポテンシャルを求めよ.