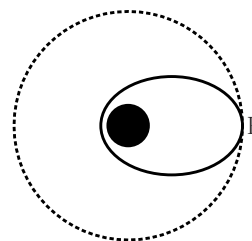


## 力学I(共通教育、田中担当クラス) 試験問題

1. 質量  $m$  の質点がポテンシャル  $U(x) = a(x^2 - bx^4)$  のもとで運動している. ( $a, b$  は正の定数. )

- $a, b$  の次元を  $[L^i T^j M^k]$  ( $i, j, k$  は整数) という形で表わせ.
- ポテンシャルの概形を図示せよ.
- ポテンシャルの極小点の  $x$  とそこでの  $U$  の値を求めよ.
- 極小点から速度  $v$  で運動を開始した. 運動が有界となる  $|v|$  の範囲を求めよ.
- 極小点付近での微小振動の角振動数を求めよ.
- $[-c, c]$  ( $c > 0$ ) の区間で質点が振動している.  $bc^2$  を微小量として, 振動周期を  $b$  の1次までの近似で求めよ.

2. 人工衛星を地表から水平に打ち出したところ, 地球の中心からの距離の最大値が  $R_g$  の右図の実線のような楕円軌道になった. 地球の半径を  $R_e$  とする. (地球の重力とロケットの噴射による力以外は無視する. )



- この衛星の軌道は地球の中心を原点とする極座標で,  $r = \ell / (1 + \varepsilon \cos \varphi)$  と与えられる.  $\ell, \varepsilon (> 0)$  を  $R_g$  と  $R_e$  で表わせ.
  - 一方, 重力定数  $G$ , 地球の質量  $M$ , 面積速度  $h/2$  を用いると,  $\ell = h^2 / (GM)$  である. これと上の結果を合せて, 衛星の初速度  $v$  を  $R_g, R_e, G, M$  を用いて表わせ.
  - 地球から最も遠ざかった点  $P$  で軌道に接する方向に推進剤を噴射して, この衛星を点線で示される半径  $R_g$  の円軌道に移行させたい. 噴射時間は短いとして, 噴射によって円軌道に投入される部分 (質量  $m$  とする) に与える力積を求めよ.
3. 地球の中心を通る真っ直ぐな細い穴の中の質量  $m$  の質点の運動について考える. 重力定数を  $G$  とし, 地球を半径  $R_e$ , 密度  $\rho$  の一様な球とする. (地球の重力以外は無視する. )
- 質点の地球の中心からの距離が  $x (> 0)$  のとき, 質点より内側にある部分 ( $0 < R < x$ ) によるポテンシャルを求めよ.
  - 同様に, 質点より外側にある部分 ( $x < R < R_e$ ) からのポテンシャルを求めよ.
  - 質点に働く力を求めよ. 質点はどのような運動をするか.