

## 力学I(共通教育、田中担当クラス)レポート問題

提出期限: 7月8日の授業中に集める.

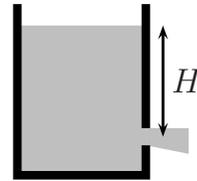
1. 質量  $m$ , ばね定数  $k$  の単振動の運動方程式は,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

である.

- (a)  $m$  と  $k$  から時間の次元をもつ量を作り, この量により運動がどのように特徴付けられるか説明せよ.  
 (b) 質量を2倍にすると運動はどのように変化するか.  
 (c) ばね定数を半分にすると運動はどのように変化するか.  
 (d)  $m$  と  $k$  から長さの次元をもつ量を作れないことを示し, その意味について述べよ.

2. 右図のような水槽に液体が入っていて, 水槽の側面下方の小さな穴から液体が流れ出している. 穴の位置から見た液面の高さが  $H$  のとき, 流出する液体の速さを求めよ. ただし, 液体の粘性や摩擦は無視する. (ヒント: エネルギー保存則)



3. 1次元のポテンシャル  $U(x) = -a/x + b/x^2$  中での質点の運動を考える. ただし,  $a, b > 0$  で  $x > 0$  とする.

- (a) ポテンシャルの最小点を求め, ポテンシャルの概形を図示せよ.  
 (b) 周期運動となる力学的エネルギーの範囲を示せ.  
 (c) このポテンシャルの最小点付近で質量  $m$  の質点が微小振動している. 周期を求めよ.

4. 放物体の運動について考える. 水平方向を  $x$  軸, 鉛直上向きを  $y$  軸にとる. 初速度を  $\mathbf{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$  とする. 初期位置  $\mathbf{r}(0) = (0, 0)$  から,  $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$  まで運動するあいだに重力がした仕事を2通りの方法で計算する. 空気抵抗は考えない.

- (a) 運動の間に力  $\mathbf{F}$  がした仕事  $W$  は, 線積分によって

$$W = \int_{\mathbf{r}(0)}^{\mathbf{r}(t)} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

と表わされる. これを時間についての積分になおすと

$$W = \int_0^t \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}(t') dt' \quad (1)$$

となることを示せ.

- (b) 運動方程式から  $\mathbf{v}(t)$  を求め, 式(1)の時間積分を実行して仕事を求めよ.  
 (c) 今の場合, 水平方向の位置  $x$  によって運動経路上の位置は一意的に指定できる.  $d\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{r}}{dx} dx$  なので

$$W = \int_{x(0)}^{x(t)} \mathbf{F}(x) \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dx} dx$$

と書ける. 運動の軌跡から  $\frac{d\mathbf{r}}{dx}$  を導き, この積分を実行して仕事を求めよ. (もちろん, 結果は上と一致しているはずである.)

5.  $x$ - $y$  平面内で, 力  $\mathbf{F} = (-ky, kx)$  が働いている. ただし,  $k$  は正の定数である.

(a) 力のベクトルの様子を図示せよ.

(b) 力  $\mathbf{F}$  を原点を中心とする半径  $a$  の円に沿って反時計回りに線積分し, この力が保存力でないことを確認せよ.

(c)  $(b, b)$ ,  $(-b, b)$ ,  $(-b, -b)$ ,  $(b, -b)$  を頂点とする正方形に沿って反時計回りに力  $\mathbf{F}$  を線積分せよ.