

力学I(共通教育、田中担当クラス) 試験問題

1. 質量 m の質点のポテンシャルが $U(x) = cx/(x^2+a^2)$ で与えられている。(a, c は正の定数.)
- ポテンシャルの概形を図示し, その最小点の x の値を示せ.
 - 最小点付近での微小振動の角振動数を求めよ.
 - 最小点から速度 v で運動を開始した.(v の符号に注意せよ.)
 - 運動が振動となる v の範囲を求めよ.
 - $x = -\infty$ となる v の範囲を求めよ.
 - $x = +\infty$ となる v の範囲を求めよ.
2. xy 平面内で次のような力 F がはたらいっている.

$$F_x = a_1 x + a_2 y, \quad F_y = a_3 x + a_4 y.$$

ただし, a_1, a_2, a_3, a_4 は定数である.

- F が保存力であるとき, $a_2 = a_3$ であることを示せ.
 - 逆に $a_2 = a_3$ のとき, F は保存力である. そのポテンシャル $U(x, y)$ を求めよ. ただし, 原点でポテンシャルがゼロになるものとする.(U の形を推測して, 欲しい力が得られることを示せば充分である.)
 - 上で求めたポテンシャルによる力 F が原点を力の中心とする中心力となる条件を求めよ.
3. 地球表面から水平方向に速さ v_0 で質点を打ち出した. この質点には地球の中心を力の中心とする中心力(万有引力)がはたらく. 地球の自転, 空気抵抗等は無視する.
- 地球の半径を R として, 面積速度 $h/2$ を求めよ.
 - 地球の中心を原点とする極座標を考え, 打ち出した点で $\varphi = 0$ とすると, 質点の軌道は $r = \ell/(1 + \varepsilon \cos \varphi)$ と表わせる. ただし, 重力定数を G , 地球の質量を M として $\ell = h^2/(GM)$ である. 地表での重力加速度 g と v_0 で ℓ を表わせ.
 - 離心率 ε を v_0, g, R で表わせ.
 - 質点の軌道が, 打ち出した点からみて地球の中心を近い焦点とする楕円になるような v_0 の範囲を求めよ.