2015/11/6 出題

力学II(田中担当クラス) 宿題4

提出期限: 11/13 の授業時に集める.

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

N 個の質点からなる系を考える.

1. T を全運動エネルギーとして，次の式を示せ.

$$2T = \frac{d}{dt}\left(\sum_i \boldsymbol{p}_i \cdot \boldsymbol{r}_i\right) - \sum_i \boldsymbol{r}_i \cdot \dot{\boldsymbol{p}}_i$$

2. 物理量 f の長時間平均を

$$\langle f \rangle \equiv \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau}\int_0^\tau f(t)\,dt$$

と定義する．$f(t)$ が有界な関数 $F(t)$ の時間微分であるとき，$\langle f \rangle = 0$ であることを確かめよ.

3. 質点が空間の限られた領域の中で，有限の速さで運動しているとしよう．この系に作用する力は，全てポテンシャル U によるものとして，

$$2\langle T \rangle = \left\langle \sum_i \boldsymbol{r}_i \cdot \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{r}_i} \right\rangle$$

となることを示せ．(ビリアル定理)

4. ポテンシャルが座標の n 次の同次関数であるとする．つまり，λ を定数として，

$$U(\lambda \boldsymbol{r}_1, \cdots \lambda \boldsymbol{r}_N) = \lambda^n U(\boldsymbol{r}_1, \cdots \boldsymbol{r}_N)$$

である．このとき，$2\langle T \rangle = n\langle U \rangle$ であることを示せ.

5. 1 個の 1 次元の調和振動子 ($n = 2$) について，運動方程式の解を用いて, ビリアル定理を確かめよ.

解答(裏面も使ってよい．足りなければ用紙を追加して綴じること．)