

力学 II(田中担当クラス) 宿題 3

提出期限: 11/28 の授業時に集める.

学籍番号: _____

氏名: _____

 N 個の質点からなる系を考える.

- 1.
- T
- を全運動エネルギーとして, 次の式を示せ.

$$2T = \frac{d}{dt} \left(\sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i \right) - \sum_i \mathbf{r}_i \cdot \dot{\mathbf{p}}_i$$

2. 物理量
- f
- の長時間平均を

$$\langle f \rangle \equiv \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f(t) dt$$

と定義する. $f(t)$ が有界な関数 $F(t)$ の時間微分であるとき, $\langle f \rangle = 0$ であることを確かめよ.

3. 質点が空間の限られた領域の中で, 有限の速さで運動しているとしよう. この系に作用する力は, 全てポテンシャル
- U
- によるものとして,

$$2\langle T \rangle = \left\langle \sum_i \mathbf{r}_i \cdot \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_i} \right\rangle$$

となることを示せ. (ビリアル定理)

4. ポテンシャルが座標の
- k
- 次の同次関数であるとする. つまり,
- λ
- を定数として,

$$U(\lambda \mathbf{r}_1, \dots, \lambda \mathbf{r}_N) = \lambda^k U(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$$

である. このとき, $2\langle T \rangle = k\langle U \rangle$ であることを示せ.

5. 1 個の 1 次元の調和振動子 (
- $k = 2$
-) について, 運動方程式の解を用いて, ビリアル定理を確かめよ.

解答(裏面も使ってよい. 足りなければ用紙を追加して綴ること.)