

1. スタンダード No. 4 問題 2(2) の続きを考える．打ち上げた場所に落下して来た時の速度を v_1 とすると，

$$\frac{1}{v_1^2} = \frac{1}{v_0^2} + \frac{1}{v_t^2} \quad (1)$$

となることを示せ．ただし， v_t は終端速度を表す．

2. 雨滴の落下を粘性抵抗 (速度に比例) のみを考慮して考えてみよう．半径 a の球体の受ける粘性抵抗は $f = 6\pi a\eta v$ で表わされる． η は流体の粘性係数で，空気の場合， $\eta = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ．

- (a) 半径 1mm 程度の雨滴の終端速度はどれくらいになるか．
- (b) 概ね終端速度に達するのに要する時間はどれ程か．
- (c) 上で見積った終端速度は，実際の雨滴の落下速度として妥当か．

3. 前問の結果から，粘性抵抗ではなく，慣性抵抗 (速度の 2 乗に比例) が雨滴の落下を支配していると考えた方がよさそうである．半径 a の球体の受ける慣性抵抗は $f = \pi\rho a^2 v^2 / 4$ で表わされる． ρ は流体の密度で，ここでは空気の密度である．

- (a) 半径 1mm 程度の雨滴の終端速度はどの程度になるか．
- (b) 概ね終端速度に達するのに要する時間はどれ程か．
- (c) 雨滴の落下を支配している空気抵抗が粘性抵抗となるためには，雨滴の半径はどのくらい小さくしなければならないか．

4. 右図のようなコイル (インダクタンス L)，コンデンサー (容量 C)，抵抗 R からなる LCR 直列回路を考える．コンデンサーに蓄えられた電荷を $Q(t)$ とすると，電流は $I(t) = dQ/dt$ で， Q の満たす微分方程式は，

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = 0,$$

となる．この系と減衰のある調和振動子とが数学的には全く同等であることを説明せよ． Q, I, L, C, R は振動子系では何に相当するか．

