

1. 指数関数を

$$e^x \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (1)$$

で定義する.

(a) $e^x = (e^x)' = (e^x)'' = \dots$ を示せ.

(b) $e^{x_1+x_2} = e^{x_1}e^{x_2}$ を示せ.

(これらは複素数についても成り立つ.)

2. スタンダードクラスの問題1と同様に, 重力と速度の二乗に比例する抵抗力が働いている場合について, 運動方程式を作り, その中に現れる定数を組み合わせて, 時間および長さの次元を持つ量を作れ.

3. 次式を示せ.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^n}{x} = 0. \quad (2)$$

4. O 記法について以下の問に答えよ. (すべて $n \rightarrow \infty$ とする.)

(a) γ を定数として, $\ln n + \gamma + O(1/n)$ と $n + O(\sqrt{n})$ をかけ, 結果を O 記法で表せ.

(b) 次式の間違いを正せ.

$$O(f(n)) - O(f(n)) = 0. \quad (\text{この式は間違い.}) \quad (3)$$

(c) 次式の間違いを正せ.

$$\sum_{k=1}^n kn = \sum_{k=1}^n O(n) = O(n^2). \quad (\text{この式は間違い.}) \quad (4)$$