1. 単振動を表す微分方程式
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x\,,$$
を級数解の方法 (フロベニウスの方法) で解こう.

   (a) $x(t) = t^k(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i\, t^{k+i}$ $(a_0 \neq 0)$ と置いて，t の最低次の項の係数が消えるという条件から，k を決定せよ．(k は 2 つの値をとりうる．)

   (b) t の最低次の項の次の項の係数が消えるという条件から，$a_1 = 0$ あるいは a_1 は未定となることを示せ.

   (c) t^k 以上の項の係数が消えるために a_i の満す漸化式を求めよ.

   (d) 2 つの k の値について，上で求めた漸化式を解き，2 つの単振動の解を求めよ．(未定となる係数がある場合は，それをゼロと置いてよい．)

2. 以下の $y(x)$ についての斉次線形 2 階微分方程式を，級数解の方法で解こうとすると，どの様な困難があるか．もし解が簡単に求まるならば，解を示せ.

   (a)
$$y'' - \frac{6}{x^2}y = 0\,.$$

   (b)
$$y'' - \frac{6}{x^3}y = 0\,.$$

   (c)
$$y'' + \frac{1}{x}y' - \frac{a^2}{x^2}y = 0\,.$$

   (d)
$$y'' + \frac{1}{x^2}y' - \frac{a^2}{x^2}y = 0\,.$$

   (これは少し難しい．級数の収束性を判定する必要がある．)