

1. 一般の 1 階線形微分方程式

$$\frac{df}{dt} + p(t)f = q(t) \quad (1)$$

について考える .

(a) 式 (1) に積分因子 $\alpha(t)$ をかけ ,

$$\alpha(t)\frac{df}{dt} + \alpha(t)p(t)f = \alpha(t)q(t)$$

としたときに , これが

$$\frac{d}{dt}[\alpha(t)f] = \alpha(t)q(t) \quad (2)$$

となるように $\alpha(t)$ を $p(t)$ の積分で表わせ .

(b) 微分方程式 (2) を形式的に積分し , $f(t)$ を閉じた形 (f を含まず , 積分定数以外の未知のものに依存しない形) で表わせ .

(c) この解を , 斉次方程式の一般解と非斉次方程式の特解に分離せよ .

2. 右図のような水槽に液体が入っていて , 水槽の側面下方の小さな穴から液体が流れ出している . 穴の位置から見た液面の高さが H のとき , 流出する液体の速さを求めよ . ただし , 液体の粘性や摩擦は無視する . (ヒント: エネルギー保存則)

