

1. 温度が一定で, 決った量の (理想) 気体の体積 V と圧力 P は次の微分方程式に従う.

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{P}.$$

変数分離によりこれを解き, ボイル (Boyle) の法則を導け.

2. 球形の液滴からの蒸発率はその表面積に比例している. 液滴の半径を時間の関数として求めよ.

3. 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = g(y/x)$$

を変数分離形に書き直せ. (ヒント: $u = y/x$ とせよ.)

4. 速度の $a (> 0)$ 乗に比例した抵抗を受けて運動している物体がある. 適当に無次元化する (あるいは適当に単位を選ぶ) と, 運動方程式は,

$$\frac{dv}{dt} = -v^a \quad (v \geq 0).$$

初期条件を $v(t=0) = v_0, x(t=0) = 0$ とする.

- (a) 速度 v を時間 t の関数として表わせ. 有限の時間で停止するような a の範囲を求めよ.
(b) 速度 v を距離 x の関数として表わせ. 有限の距離で停止するような a の範囲を求めよ.