

2.2 重ね合せの原理

電磁気学詳論 I (2023)

田中担当クラス

<http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~tanaka/teaching.html>

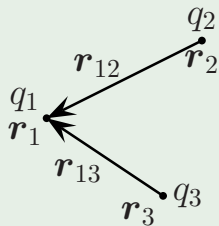
第 2 章 静電場

2.2.1 重ね合せの原理

重ね合せの原理 (点電荷)

任意の点電荷の受けるクーロン力は、他の点電荷から受けるクーロン力のベクトル和である。

例: 3つの点電荷がある場合



q_1 が q_2 から受ける力は、

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}. \quad (1)$$

q_1 が q_3 から受ける力は、

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}. \quad (2)$$

q_1 の受ける全クーロン力は、

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}. \quad (3)$$

一般の場合

\mathbf{r}_i にある点電荷 q_i ($i = 1, \dots, n$) から, \mathbf{r} にある点電荷 q が受ける全クーロン力は,

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{F}_i := \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (4)$$

(\mathbf{F}_i は i 番目の電荷から受ける力.))

線形性について

先の例で, $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_3$ とすると, 重ね合せの原理から,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1(q_2 + q_3)}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}. \quad (5)$$

この式は, \mathbf{r}_2 に電荷 $q_2 + q_3$ が在ることを意味しているから, 電荷については足し算が出来ることが分かる.

2.2.2 連続近似

連続近似 (粗視化)

マクロな (日常的な) スケールでは, 電子などの点電荷の集合を, 電荷の連続的な分布と見なすことができる.

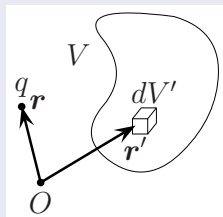
重ね合せの原理 (連続分布)

電荷の (体積) 密度を $\rho(\mathbf{r})$ [C/m^3] とする. 微小体積 $dV' = dx' dy' dz'$ に含まれる電荷が, 点電荷 q におよぼす力は,

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\rho(\mathbf{r}')dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (6)$$

これを電荷のある領域 V で積分して,

$$\mathbf{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'. \quad (7)$$



成分で書けば, $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ として,

$$F_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(x - x')\rho(x', y', z')}{\{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2\}^{3/2}} dx' dy' dz', \quad (8)$$

などとなる.