

第2章 静電場

2.1 クーロン (Coulomb) の法則

電磁気学詳論 I (2021)

田中担当クラス

<http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~tanaka/teaching.html>

第 2 章 静電場

2.1.1 電荷 (静止している場合)

電氣的な力は「電荷」を持つ物質の間に働く。
電荷には正と負があり，同じ符号の電荷 (を持つ物質) どうしには斥力，異なる符号の電荷間には引力が働く。

電荷の単位: C(クーロン)

$$|\text{電子の電荷}| = e := 1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (1)$$

と定義する。(2019年5月20日のSIの改定による。)

e を素電荷，電気素量ともいう。物質のミクロに見ると，電子 ($-e$)，陽子 (e)，中性子 (0) から出来ていることを反映。

2.1.2 国際単位系 (SI)

時間: s (秒)

^{137}Cs のある遷移の周波数を 9 192 631 770 Hz と定義する。
(Hz = s^{-1} . いわゆる原子時計.)

長さ: m (メートル)

真空中の光速 c を 299 792 458 m/s とする。
(光速度不変の原理, 特殊相対性理論による.)

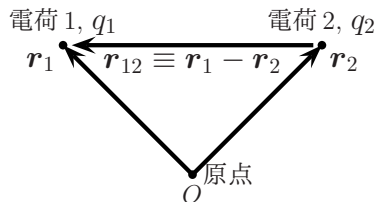
質量: kg (キログラム)

プランク定数 h を $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s (ジュール 秒) と定義する。
(2019年5月20日のSIの改定による. 量子論にもとづく.)

<https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/>
<https://unit.aist.go.jp/nmij/info/redefinition/>

2.1.3 クーロンの法則

互いに静止している2つの(点)電荷の間に働く力。(真空中)
それぞれの電荷の大きさに比例, 電荷間の距離の2乗に反比例。



$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1 &= (x_1, y_1, z_1), \quad \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2), \\ \mathbf{r}_{12} &:= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad r_{12} := |\mathbf{r}_{12}|, \\ \hat{\mathbf{r}}_{12} &:= \mathbf{r}_{12}/r_{12} \\ &(\mathbf{r}_{12} \text{ 方向の単位ベクトル}).\end{aligned}$$

注) 太字 (\mathbf{r} など) はベクトルを表す。

電荷1が電荷2から受ける力(クーロン力)

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (2)$$

電荷 2 が電荷 1 から受ける力 (作用反作用の法則)

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21} = -\mathbf{F}_{12}, \quad \mathbf{r}_{21} := \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_{12}$$

真空の誘電率: ϵ_0

$$\epsilon_0 = \frac{e^2}{2\alpha hc} \simeq 8.854 \cdots \times 10^{-12} \quad \boxed{} \quad (3)$$

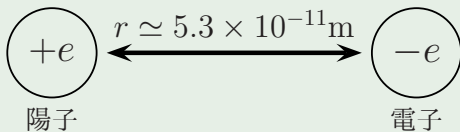
微細構造定数 $\alpha = 7.297\ 352\ 5664(17) \times 10^{-3}$ (無次元量) を用いた.

重力との比較

質量 m_1 と m_2 の間に働く引力

$$F_N = G_N \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}, \quad G_N \simeq 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2). \quad (4)$$

例：水素原子



$$\text{クーロン力 } |F_C| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \simeq \boxed{} \text{ N.} \quad (5)$$

$m_p \simeq 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ (陽子の質量), $m_e \simeq 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ (電子の質量)を用いると,

$$\text{重力 } |F_N| = G_N \frac{m_p m_e}{r^2} \simeq \boxed{} \text{ N.} \quad (6)$$

すなわち, $|F_C| \gg |F_N|$.

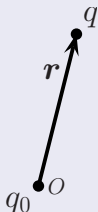
ミクロなスケール(原子, 分子)では, クーロン力が重要で, 重力は無視してよい.

しかし, マクロなスケール(天体)では, 重力が支配的となる. ほとんどの物質では正負の電荷が打ち消し合っていて, マクロに見ればクーロン力は働かないからである.

対称性

原点に電荷 q_0 を置き, 点 r に電荷 q を置く. q_0 が q におよぼす力は,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (7)$$



力は常に動径方向を向き, その大きさは r のみの関数. (中心力)
 \implies 点電荷による力は球対称. (特別な方向が無い. 回転対称.)