

電磁気学I (田中担当クラス) レポート問題

提出期限: 12/17 の授業時に集める。

1. 以下の等式を示せ。ただし, f はスカラー場である。

(a) ガウスの定理の系

$$\int f d\mathbf{S} = \int \nabla f dV$$

ヒント: $\mathbf{A} = f\mathbf{c}$ (\mathbf{c} は定数ベクトル) として, \mathbf{A} にガウスの定理を用いる。

(b) ストークスの定理の系

$$\oint f d\mathbf{r} = \int d\mathbf{S} \times \nabla f$$

2. 球対称な静電ポテンシャル $\phi = \phi(r)$, $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ を考える。このとき, 電場 \mathbf{E} は,

$$\mathbf{E} = -\frac{d\phi}{dr} \hat{\mathbf{r}}, \quad \hat{\mathbf{r}} \equiv \frac{\mathbf{r}}{r},$$

となることを示せ。($\mathbf{E} = -\nabla\phi$ を用いて, E_x 等を直接計算せよ。)

3. 極板の面積が A , 極板間の距離が d の平行板コンデンサーを考える。極板には $\pm Q$ の電荷が蓄えられている。 $(Q > 0$ とする。)

(a) 極板間の電場は極板に垂直で一様である。この電場の大きさ E を求めよ。

(b) 極板間の電場のエネルギーを

$$U_e = \frac{\varepsilon_0}{2} \int \mathbf{E}^2(\mathbf{r}) dV$$

を用いて求めよ。

(c) コンデンサーのエネルギーを $U = Q^2/(2C)$ を用いて求め, 上の結果と比較せよ。

4. 半径 a , 電荷 Q の一様に帯電した2つの球があり, 中心間の距離が $b (> 2a)$ だけ離れている。この系の全静電エネルギーを求めよ。(ヒント: $U_e = (1/2) \int \rho\phi dV$ を用いて, それぞれの球のエネルギーと2つの球の間のエネルギーに分けて考える。)