

電磁気学I (田中担当クラス) レポート問題

提出期限: 12/17 の授業時に集める.

1. 以下の等式を示せ. ただし, f はスカラー場である.

- (a) ガウスの定理の系

$$\int f d\mathbf{S} = \int \nabla f dV$$

ヒント: $\mathbf{A} = f\mathbf{c}$ (\mathbf{c} は定数ベクトル) として, \mathbf{A} にガウスの定理を用いる.

- (b) ストークスの定理の系

$$\oint f d\mathbf{r} = \int d\mathbf{S} \times \nabla f$$

2. 球対称な静電ポテンシャル $\phi = \phi(r)$, $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ を考える. このとき, 電場 \mathbf{E} は,

$$\mathbf{E} = -\frac{d\phi}{dr} \hat{\mathbf{r}}, \quad \hat{\mathbf{r}} \equiv \frac{\mathbf{r}}{r},$$

となることを示せ. ($\mathbf{E} = -\nabla\phi$ を用いて, E_x 等を直接計算せよ.)

3. 極板の面積が A , 極板間の距離が d の平行板コンデンサーを考える. 極板には $\pm Q$ の電荷が蓄えられている. ($Q > 0$ とする.)

- (a) 極板間の電場は極板に垂直で一様である. この電場の大きさ E を求めよ.

- (b) 極板間の電場のエネルギーを

$$U_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int \mathbf{E}^2(\mathbf{r}) dV$$

を用いて求めよ.

- (c) コンデンサーのエネルギーを $U = Q^2/(2C)$ を用いて求め, 上の結果と比較せよ.

4. 半径 a , 電荷 Q の一様に帯電した2つの球があり, 中心間の距離が $b (> 2a)$ だけ離れている. この系の全静電エネルギーを求めよ. (ヒント: $U_e = (1/2) \int \rho\phi dV$ を用いて, それぞれの球のエネルギーと2つの球の間のエネルギーに分けて考える.)