

電磁気学 I(田中担当クラス) 試験問題

1. 以下のベクトル演算子 ∇ に関する等式を示せ .
 - (a) スカラー場 $f(\mathbf{r})$ について , $\nabla \times (\nabla f) = 0$.
 - (b) ベクトル場 $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ について , $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$.
2. 無限に長い半径 a の薄い導体円筒が一様な電荷面密度 $\sigma (> 0)$ で帯電している . 中心軸からの距離を R として , 以下の問に答えよ .
 - (a) 円筒の外部 ($R > a$) の電場の様子を簡単に図示せよ .
 - (b) 円筒の外部 ($R > a$) の電場の大きさ $E(R)$ を求めよ .
 - (c) 円筒の内部 ($R < a$) の電場を求めよ .
 - (d) 無限に長い半径 $b (> a)$ の薄い導体円筒を元の円筒と同軸になるように置き , 一様な電荷面密度 σ' で帯電させたところ , $R > b$ の領域で電場がゼロになった . σ' を求めよ .
 - (e) このときの単位長さ当りの電場のエネルギーを求めよ .
 - (f) この系はコンデンサーである . (e) の結果を用いて , 単位長さ当りの静電容量を求めよ .
3. z 軸を中心軸とする半径 a , 単位長さ当りの巻数 n の無限に長いソレノイドがある . (コイルの巻いてある方向は z 軸について右ねじの方向である .)
 - (a) このソレノイドに電流 I を流したときのソレノイド内部の磁場ベクトル \mathbf{B} を求めよ . (注: ソレノイド外部では $\mathbf{B} = 0$ である .)
 - (b) 電流 I を $I(t) = I_0 \sin \omega t$ (I_0, ω は定数) と時間変化させる . これを準定常電流であるとみなすと , 磁場も上の結果に従って時間変化する . このときファラデーの法則

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (1)$$

に従って生じる電場を求めたい . 生じる電場の方向を図示せよ . (ヒント: アンペールの法則 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{i}$ と式 (1) の形の類似性をもとに考えよ .)

- (c) 式 (1) をストークスの定理を用いて , 積分形に書き換えよ .
- (d) 上の結果を用いて , ソレノイド内部および外部の電場を求めよ .