

電磁気学 I (田中担当クラス) レポート問題

提出期限: 12/20 の授業時に集める.

1. 以下のベクトル演算子 ∇ に関する等式を示せ .(a) スカラー場 $f(\mathbf{r})$ について, $\nabla \times (\nabla f) = 0$.(b) ベクトル場 $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ について, $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$.2. 球対称な静電ポテンシャル $\phi = \phi(r)$, $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ を考える . このとき, 電場 \mathbf{E} は,

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{\mathbf{r}}, \quad \hat{\mathbf{r}} \equiv \frac{\mathbf{r}}{r},$$

となることを示せ .

3. 静電ポテンシャルが $\phi(r) = Ae^{-r/a}/(4\pi\epsilon_0 r)$ で与えられるような静電場がある . A, a は定数で, $a > 0$ とする .

(a) ポアソン方程式を用いて原点以外での電荷分布を求めよ . (ヒント: ポテンシャルが球対称であるから, 球対称な場合のポアソン方程式を用いればよい .)

(b) 問 2 の結果を用いて, 原点以外での電場を求めよ .

(c) ポテンシャルが $r \ll a$ で $1/r$ の様に振舞うから, 原点に点電荷があると考えられる . 原点を中心とする微小な球面に積分形のガウスの法則を適用して, 原点にある電荷の大きさを求めよ .

(d) 原点以外にある電荷の総量を求めよ .

4. 大気中には, 地表近くに下向きの電場 $E \simeq 100\text{V/m}$ が存在する . 地球自体は導体であると考え, 地球は等ポテンシャル球であるとして, 地表の全電荷を求めよ .5. 極板の面積が A , 極板間の距離が d の平行板コンデンサーを考える . 極板には $\pm Q$ の電荷が蓄えられている . ($Q > 0$ とする.)(a) 極板間の電場は極板に垂直で一様である . この電場の大きさ E を求めよ .

(b) 極板間の電場のエネルギーを

$$U_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int \mathbf{E}^2(\mathbf{r}) dV$$

を用いて求めよ .

(c) コンデンサーのエネルギーを $U = Q^2/(2C)$ を用いて求め, 上の結果と比較せよ .