2.2　重ね合せの原理

2.2.1　重ね合せの原理

「任意の点電荷の受けるクーロン力は，他の点電荷から受けるクーロン力のベクトル和である.」

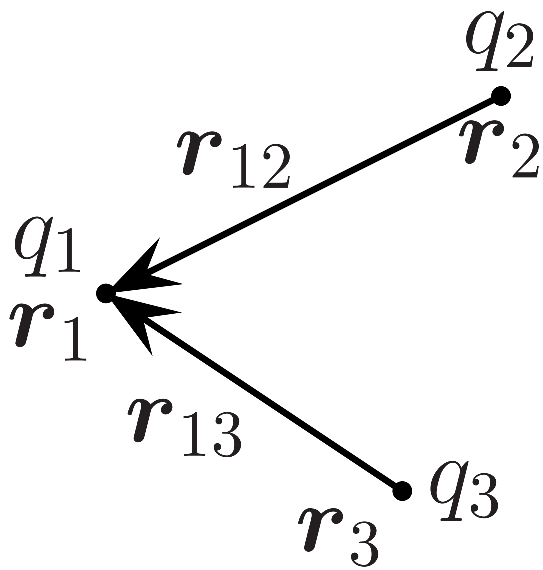
- 例：3 つの点電荷がある場合

q_1 が q_2 から受ける力は

(1) $$\boldsymbol{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}_{12}.$$

q_1 が q_3 から受ける力は

(2) $$\boldsymbol{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}_{13}.$$



q_1 の受ける全クーロン力は,

(3) $$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{12} + \boldsymbol{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\boldsymbol{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\boldsymbol{r}}_{13}.$$

- 一般に, $\boldsymbol{r}_i$ にある点電荷 q_i $(i = 1, \cdots, n)$ から, $\boldsymbol{r}$ にある点電荷 q が受ける全クーロン力は,

(4) $$\boxed{\boldsymbol{F} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i}, \quad \boldsymbol{F}_i \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_i}{r_i^2} \hat{\boldsymbol{r}}_i, \ \boldsymbol{r}_i \equiv \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i.$$

($\boldsymbol{F}_i$ は i 番目の電荷から受ける力.)

- 線型性についての注意 (比例することの重要性)

先の例で, $\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_3$ とすると, 重ね合せの原理から,

(5) $$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1(q_2 + q_3)}{r_{12}^2} \hat{\boldsymbol{r}}_{12}.$$

この式は，$\boldsymbol{r}_2$ に電荷 $q_2 + q_3$ が在ることを意味しているから，電荷については足し算が出来ることが分かる．

もしクーロン力が電荷に比例せず，例えば，電荷の 2 乗に比例するとしたら，

(6) $$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1^2 (q_2 + q_3)^2}{r_{12}^2} \hat{\boldsymbol{r}}_{12},$$

(7) $$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1^2 (q_2^2 + q_3^2)}{r_{12}^2} \hat{\boldsymbol{r}}_{12},$$

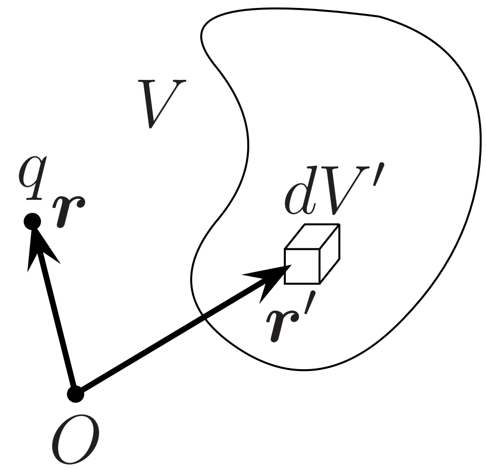
のどちらが正しいのであろうか？

2.2.2　連続近似 (粗視化)

- マクロな (日常的な) スケールでは，電子などの点電荷の集合を，電荷の連続的な分布と見做すことができる．

● 電荷の (体積) 密度を $\rho(\boldsymbol{r})$ (C/m^3) とする．微小体積 $dV' = dx'dy'dz'$ に含まれる電荷が，点電荷 q におよぼす力は，

(8) $$d\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\rho(\boldsymbol{r}')dV'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}').$$



これを電荷のある領域 V で積分して，

(9) $$\boldsymbol{F} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,dV'.$$

成分で書けば，$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, $\boldsymbol{r}' = (x', y', z')$ として，

(10) $$F_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{(x-x')\rho(x',y',z')}{\{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\}^{3/2}}dx'dy'dz',$$

などとなる．