

電磁気学I(共通教育) 試験問題

1. 一様な電荷密度 ρ で帯電した半径 a の球を考える .

(a) 電場ベクトル E は , 球の中心からの距離を r として ,

$$E(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{r}, & r < a, \\ \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, & r > a, \end{cases}$$

となることを , 積分形のガウスの法則を用いて示せ .

(b) $E(\mathbf{r})$ が微分形のガウスの法則を満すことを示せ .

(c) 球対称の場合 , ラプラシアンは

$$\Delta\phi = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2}(r\phi)$$

となることを示し , 静電ポテンシャル ϕ を r の関数として求めよ . ただし , ϕ は連続かつ滑らかであり , $\phi(\infty) = 0$ とする .

(d) ϕ から $E(\mathbf{r})$ を導け .

2. 面積 S , 面間隔 d の平行板コンデンサーで , 2 つの電極 (極板) が面電荷密度 $\pm\sigma$ で帯電している . 以下の問に答えよ . (ただし , 端での電場の乱れは無視してよい .)

(a) 電極の周りの電場ベクトル E を求めよ .

(b) 電極間の電位差 ϕ および電気 (静電) 容量 C を求めよ .

(c) マックスウエル方程式を用いて , 電極間は電荷のない真空の静電場であることを示せ .

(d) コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーを求めよ .

3. 無限に長い半径 a の薄い導体円筒に , 軸方向の電流 $I (> 0)$ が一様に流れている . 軸からの距離を R として , 以下の問に答えよ .

(a) 電流 I が円筒の外部 ($R > a$) に作る磁場を図示せよ .

(b) 円筒の外部 ($R > a$) の磁場の大きさを求めよ . (ヒント: 積分形のアンペールの法則 .)

(c) 円筒の外部 ($R > a$) の磁場の回転を求めよ .

(d) 円筒の内部 ($R < a$) の磁場を求めよ .

(e) 無限に長い半径 $b (> a)$ の薄い導体円筒を元の円筒と同軸になるように置き , 電流 $-I$ を一様に流した . (元の円筒の電流 I に変化はないものとする .) $R < a$, $a < R < b$, $R > b$ の 3 つの領域における磁場の大きさを求めよ .