

2.2 重ね合せの原理

2.2.1 重ね合せの原理

「任意の点電荷の受けるクーロン力は，他の点電荷から受けるクーロン力のベクトル和である。」

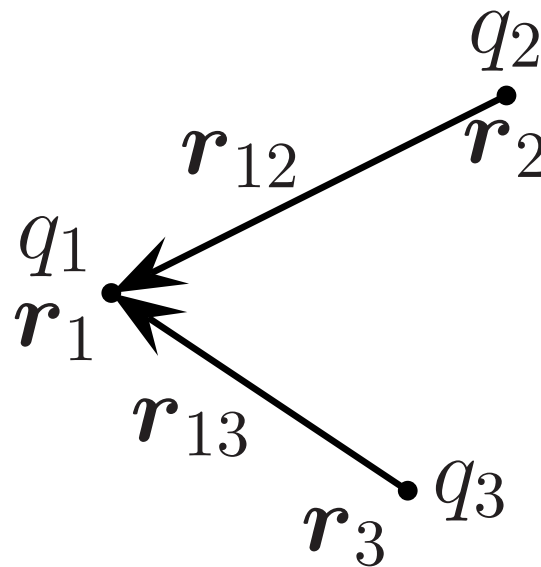
○ 例：3つの点電荷がある場合

q_1 が q_2 から受ける力は

$$(1) \quad \mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}.$$

q_1 が q_3 から受ける力は

$$(2) \quad \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}.$$



q_1 の受ける全クーロン力は,

$$(3) \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}.$$

● 一般に, r_i にある点電荷 q_i ($i = 1, \dots, n$) から, r にある点電荷 q が受ける全クーロン力は,

$$(4) \quad \boxed{\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i}, \quad \mathbf{F}_i \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i, \quad \mathbf{r}_i \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}_i.$$

(\mathbf{F}_i は i 番目の電荷から受ける力.)

● 線型性についての注意 (比例することの重要性)

先の例で, $r_2 = r_3$ とすると, 重ね合せの原理から,

$$(5) \quad \mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 (q_2 + q_3)}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}.$$

この式は， r_2 に電荷 $q_2 + q_3$ が在ることを意味しているから，電荷については足し算が出来ることが分かる．

もしクーロン力が電荷に比例せず，例えば，電荷の 2 乗に比例するとしたら，

$$(6) \quad \mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1^2 (q_2 + q_3)^2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12},$$

$$(7) \quad \mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1^2 (q_2^2 + q_3^2)}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12},$$

のどちらが正しいのであろうか？

2.2.2 連続近似 (粗視化)

- マクロな (日常的な) スケールでは，電子などの点電荷の集合を，電荷の連続的な分布と見做すことができる．

- 電荷の (体積) 密度を $\rho(\mathbf{r})$ (C/m^3) とする . 微小体積 $dV' = dx' dy' dz'$ に含まれる電荷が , 点電荷 q におよぼす力は ,

$$(8) \quad d\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\rho(\mathbf{r}')dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

これを電荷のある領域 V で積分して ,

$$(9) \quad \mathbf{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'.$$

成分で書けば , $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ として ,

$$(10) \quad F_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(x - x')\rho(x', y', z')}{\{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2\}^{3/2}} dx' dy' dz',$$

などとなる .

