

## 電磁気学 I(共通教育, 田中担当クラス) 演習問題

2006/1/16 の授業終了時に解答を提出すること。

1. ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  について,  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  を示せ。
2.  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  を示せ。
3. スカラー場  $f(\mathbf{r})$  について,  $\nabla \times (\nabla f) = 0$  を示せ。
4. ベクトル場  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  について,  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$  を示せ。
5.  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}$  を示せ。
6.  $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$  を示せ。
- 7.

$$\nabla_{\mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^n} = -n \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^{n+2}}$$

を示せ。ただし,  $\nabla_{\mathbf{r}}$  は  $\mathbf{r}$  についての勾配を表わす。

8. 点電荷のつくる電場

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3}$$

が  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$  を満すことを直接計算によって示せ。

9. 球対称な静電ポテンシャル  $\phi = \phi(r)$ ,  $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  を考える。このとき, 電場  $\mathbf{E}$  は,

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{\mathbf{r}}, \quad \hat{\mathbf{r}} \equiv \frac{\mathbf{r}}{r},$$

となることを示せ。

10. ポアソン方程式を用いて, 静電ポテンシャルが  $-e^{-r/a}/(\epsilon_0 r)$  となるような電荷分布を求めよ。
11. 大気中には, 地表近くに下向きの電場  $E \simeq 100\text{V/m}$  が存在する。地球自体は導体であると考え, 地球は等ポテンシャル球であるとして, 地表の全電荷を求めよ。
12. 静電容量が  $C_1, C_2, C_3$  である 3 つのコンデンサーを並列に接続したときの全体の静電容量を求めよ。直列に接続した場合はどうなるか。