2005 年度 電磁気学 I 期末試験問題 (2006/2/6)

1. 静電場は，ガウスの法則 $\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \rho(\boldsymbol{r})/\varepsilon_0$ (と $\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = 0$) で決定される．ガウスの定理を用いて，このガウスの法則を積分形に書き換えよ．

2. 半径 a の一様な球状電荷分布を考える．球の中心からの距離を r とすれば，電荷密度は,
$$\rho(r) = \begin{cases} \rho\,(>0,\ \text{定数})\,, & r \le a\,, \\ 0\,, & r > a\,, \end{cases}$$
で与えられる．
   (a) この電荷分布が作る電場はどちら向きか．
   (b) 電場の大きさを r の関数として求めよ．
   (c) 静電ポテンシャル ϕ を r の関数として求めよ．ただし，$\phi(r)$ は連続で，$\phi(\infty) = 0$ とする．
   (d) 電場のエネルギーを求めよ．

3. 定常電流の作る磁場 (磁束密度) はアンペールの法則 $\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \mu_0 \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r})$ (および $\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$) で決定される．ストークスの定理を用いて，このアンペールの法則を積分形に書き換えよ．

4. z 軸を中心軸とする無限に長い半径 a の円柱の内部を，z 軸の正の方向に電流が一様に流れている．z 軸からの距離を R とすれば，電流密度は,
$$\boldsymbol{i}(R) = \begin{cases} i\,\hat{\boldsymbol{z}}\,(i>0,\ \text{定数})\,, & R \le a\,, \\ 0\,, & R > a\,, \end{cases}$$
で与えられる．
   (a) この電流分布が作る磁場の向きを図示せよ．
   (b) 磁場の大きさを R の関数として求めよ．

5. (真空中の) マクスウェルの方程式
$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\rho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{t})}{\varepsilon_0}\,, \tag{1}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = 0\,, \tag{2}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)\,, \tag{3}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = \mu_0 \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}, t) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)\,. \tag{4}$$
について以下の問いに答えよ．
   (a) 式 (1) と比較して，式 (2) は何を表しているのか説明せよ．
   (b) 変位電流とはどの式のどの項のことか．
   (c) 変位電流が必要な理由を 1 つ説明せよ．