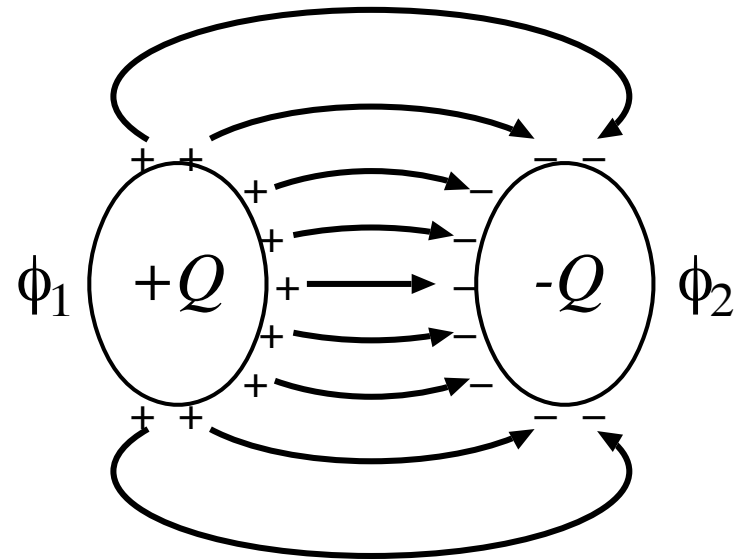


2.3 コンデンサー (復習)

- コンデンサーとは.

2つの導体があってそれぞれに $+Q$, $-Q$ の電荷があり, 一方から出た電気力線が必ず他方に入るような系. 2つの導体をその大きさに比べて十分近づけると (近似的に) コンデンサーになる.

導体 1(2) の電位を $\phi_1(\phi_2)$ とすると, $Q \propto \phi_1 - \phi_2$. (重ね合わせの原理)



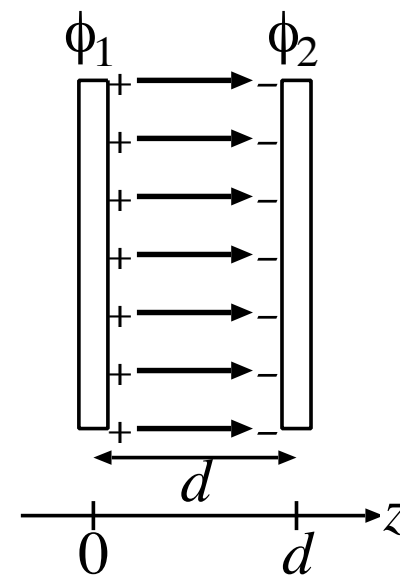
(1) $C \equiv \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2}$: 静電容量 (電気容量)

単位は F(ファラッド) = C(クーロン)/V(ボルト).

● 例: 平行板コンデンサー

極板の面積を A , 極板間の距離を d とする . 極板の大きさに較べて d が十分小さいとすれば , 端の効果は無視できて , 無限に広い導体板についての結果を利用できる .

例題 1.7.1 より , ($\phi_{A(B)} \rightarrow \phi_{1(2)}$ などと読みかえて , $\phi_1 - \phi_2 > 0$ とする .)

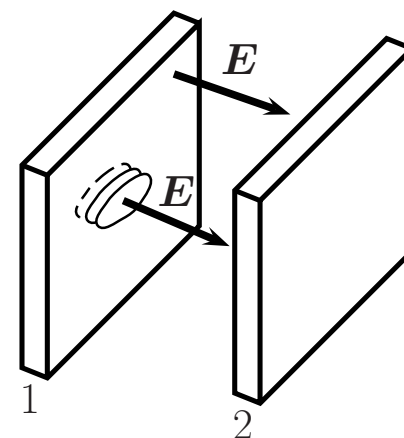


$$(2) \quad E_z = \frac{\phi_1 - \phi_2}{d} . \quad (\text{一定})$$

一方 , 極板 1 の内側表面の薄い円柱 (底面積 a) にガウスの法則の積分形

$$(3) \quad \int_S \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0} dV$$

を適用すると ,



$$(4) \quad E_z a = \frac{1}{\varepsilon_0} \sigma a. \quad (\sigma : \text{導体表面の電荷密度})$$

よって,

$$(5) \quad E_z = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

式(2)と比較して,

$$(6) \quad \sigma = \frac{\varepsilon_0}{d} (\phi_1 - \phi_2).$$

極板1の全電荷 Q は

$$(7) \quad Q = \sigma A = \frac{A\varepsilon_0}{d} (\phi_1 - \phi_2).$$

従って静電容量は,

$$(8) \quad C = \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}. \quad (\text{平行板コンデンサーの静電容量})$$

○ $A = 1\text{m}^2$, $d = 10^{-4}\text{m}(= 0.1\text{mm})$ とすると ,

$$(9) \quad C \simeq 9 \times 10^{-12} \cdot \frac{1}{10^{-4}} \sim 10^{-7}\text{F} = 0.1\mu\text{F} .$$

● 例 2: 球形コンデンサー (同心導体球面)

内側の導体: 半径 a , 電荷 $+Q$.

外側の導体: 半径 b , 電荷 $-Q$.

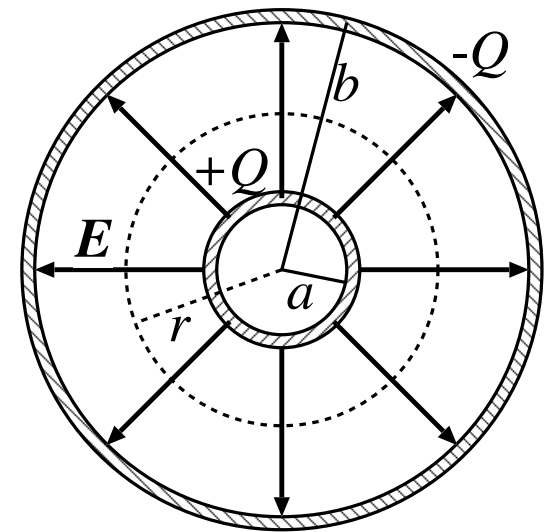
対称性から E は動径方向を向き , その大きさは $E = E(r)$ (r のみの関数 .)

積分形のガウスの法則

$$(10) \quad \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

を半径 $r(a < r < b)$ の球面に適用すると ,

$$(11) \quad 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} .$$



よって ,

$$(12) \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} .$$

例題 1. 7. 3 の式 (36) と比較して ,

$$(13) \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{ab}{b-a} \{ \phi(a) - \phi(b) \} .$$

よって , 静電容量は ,

$$(14) \quad C = \frac{Q}{\phi(a) - \phi(b)} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} .$$

- コンデンサーのエネルギー

$$(15) \quad W = \frac{1}{2} \int_V \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV \quad \text{式 (1.4.22)}$$

を用いると，導体外では $\rho(\mathbf{r}) = 0$ ゆえ，

$$(16) \quad W = \frac{1}{2} \int_{\text{導体 1}} \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV + \frac{1}{2} \int_{\text{導体 2}} \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV .$$

導体中ではポテンシャルは一定だから，

$$(17) \quad \begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \phi_1 \int_{\text{導体 1}} \rho(\mathbf{r}) dV + \frac{1}{2} \phi_2 \int_{\text{導体 2}} \rho(\mathbf{r}) dV \\ &= \frac{1}{2} \phi_1 Q - \frac{1}{2} \phi_2 Q = \frac{1}{2} Q (\phi_1 - \phi_2) . \end{aligned}$$

C を用いると，

$$(18) \quad W = \frac{Q^2}{2C} .$$