

2.4 誘電体を含むコンデンサー

- 誘電率 ε の誘電体で内部が満たされた平行板コンデンサー .
2 つ導体 (極板) の電位を ϕ_1 , ϕ_2 に固定してあるとしよう .

$$(1) \quad E_z = \frac{\phi_1 - \phi_2}{d}$$

は , 誘電体のないときと変わらない . 一方 , 式 (2. 3. 5) は , ガウスの法則 (式 (2. 2. 6)) の積分形

$$(2) \quad \int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho_f(\mathbf{r}) dV$$

から (今の場合 , ρ_f は導体の電荷) , σ_f を導体表面の電荷密度として ,

$$(3) \quad D_z = \sigma_f \quad \Rightarrow \quad E_z = \frac{\sigma_f}{\varepsilon} .$$

従って，

$$(4) \quad \sigma_f = \frac{\varepsilon}{d}(\phi_1 - \phi_2).$$

よって，

$$(5) \quad C = \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{\sigma_f A}{\phi_1 - \phi_2} = \varepsilon \frac{A}{d}.$$

真空の場合 (式 (2. 3. 8)) と比較すると，静電容量は

$$(6) \quad \varepsilon^* \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \underline{\text{比誘電率}}$$

倍になっている．通常 $\varepsilon > \varepsilon_0$ であったから，

$$(7) \quad \varepsilon^* > 1.$$

すなわち，静電容量は増加する．

○ 比誘電率の例

	ϵ^*
雲母	~ 9
パラフィン	~ 2
エチルアルコール	~ 20
水	~ 80
空気	1.005 (1 気圧 20°C)
(真空)	(1)

- コンデンサーの中で何が起っているのか？

導体 1 , 2 の電荷を $\pm Q$ とする . (これを固定して考える .)

導体 1 , 2 の電荷面密度 σ_f は

$$(8) \quad \sigma_f = \pm \frac{Q}{A} .$$

真空の場合 , $\sigma = \sigma_f$ であるから ,

$$(9) \quad E_{z, \text{真空}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_f}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} .$$

一方 , 誘電体があると分極 P が生じ , 誘電体の表面に分極表面電荷密度 $\sigma_p = P \cdot n$ が生じる . $P = \chi_e E$ より , 導体 1 , 2 の側でそれぞれ ,

$$(10) \quad \sigma_p = \mp \chi_e E_z .$$

この σ_p の作る電場は , σ_f の作る電場を弱める .

$$(11) \quad \sigma = \sigma_f + \sigma_p = \frac{Q}{A} - \chi_e E_z$$

を用いて,

$$(12) \quad E_z = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{Q}{A} - \chi_e E_z \right).$$

これを E_z について解くと,

$$(13) \quad E_z = \frac{1}{\varepsilon_0 + \chi_e} \frac{Q}{A} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Q}{A} = \frac{1}{\varepsilon^* \varepsilon_0} \frac{Q}{A}.$$

すなわち, $\varepsilon^* > 1$ ゆえ,

$$(14) \quad E_z < E_{z, \text{真空}}.$$

同じ電荷 Q に対して，電位差が

$$(15) \quad \phi_1 - \phi_2 = E_z d < E_{z, \text{真空}} d = \phi_{1, \text{真空}} - \phi_{2, \text{真空}}$$

と， $1/\varepsilon^*$ 倍だけ小さくなる． $C = Q/(\phi_1 - \phi_2)$ ゆえ， C は ε^* 倍だけ大きくなる．すなわち，

$$(16) \quad \frac{C}{C_{\text{真空}}} = \varepsilon^* .$$