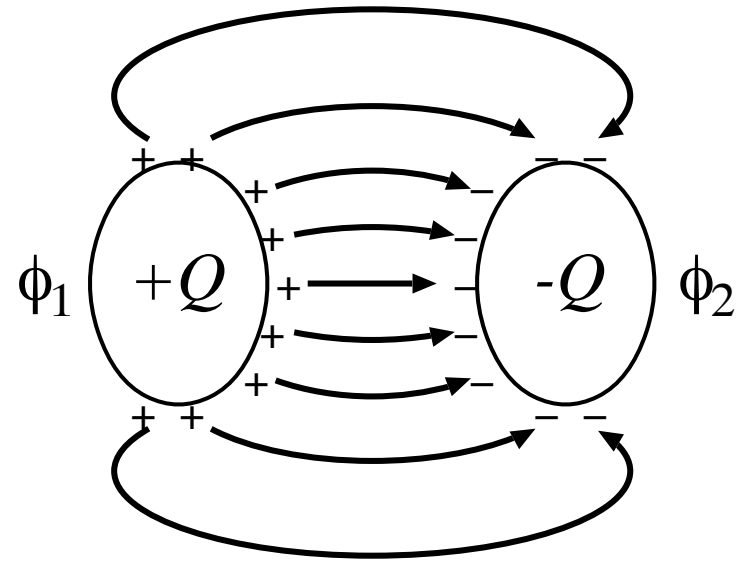


## 2.3 コンデンサー (復習)

- コンデンサーとは.

2つの導体があってそれぞれに  $+Q$ ,  $-Q$  の電荷があり, 一方から出た電気力線が必ず他方に入るような系. 2つの導体をその大きさに較べて十分近づけると (近似的に) コンデンサーになる.

導体 1(2) の電位を  $\phi_{1(2)}$  とすると,  $Q \propto \phi_1 - \phi_2$ . (重ね合わせの原理)



(1) 
$$C \equiv \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2} : \text{静電容量 (電気容量)}$$

単位は  $F(\text{ファラッド}) = C(\text{クーロン})/V(\text{ボルト})$ .

● 例: 平行板コンデンサー

極板の面積を  $A$  , 極板間の距離を  $d$  とする . 極板の大きさに較べて  $d$  が十分小さいとすれば , 端の効果は無視できて , 無限に広い導体板についての結果を利用できる .

例題 1.7.1 より , ( $\phi_{A(B)} \rightarrow \phi_{1(2)}$  などと読みかえて ,  $\phi_1 - \phi_2 > 0$  とする .)

$$(2) \quad E_z = \frac{\phi_1 - \phi_2}{d} . \quad (\text{一定})$$

一方 , 極板 1 の内側表面の薄い円柱 (底面積  $a$ ) にガウスの法則の積分形

$$(3) \quad \int_S \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0} dV$$

を適用すると ,

$$(4) \quad E_z a = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma a . \quad (\sigma : \text{導体表面の電荷密度})$$

よって ,

$$(5) \quad E_z = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

式 (2) と比較して,

$$(6) \quad \sigma = \frac{\varepsilon_0}{d}(\phi_1 - \phi_2).$$

極板 1 の全電荷  $Q$  は

$$(7) \quad Q = \sigma A = \frac{A\varepsilon_0}{d}(\phi_1 - \phi_2).$$

従って静電容量は,

$$(8) \quad C = \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}. \quad (\text{平行板コンデンサーの静電容量})$$

○  $A = 1\text{m}^2$ ,  $d = 10^{-4}\text{m}(= 0.1\text{mm})$  とすると,

$$(9) \quad C \simeq 9 \times 10^{-12} \cdot \frac{1}{10^{-4}} \sim 10^{-7}\text{F} = 0.1\mu\text{F}.$$

● 例 2: 球形コンデンサー (同心導体球面)

内側の導体: 半径  $a$ , 電荷  $+Q$ .

外側の導体: 半径  $b$ , 電荷  $-Q$ .

対称性から  $E$  は動径方向を向き, その大きさは  $E = E(r)$  ( $r$  のみの関数.)

積分形のガウスの法則

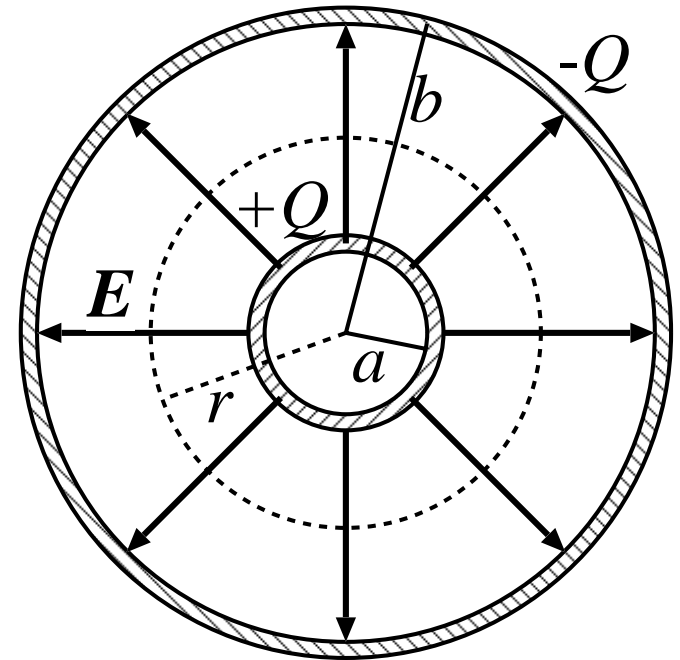
$$(10) \quad \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

を半径  $r$  ( $a < r < b$ ) の球面に適用すると,

$$(11) \quad 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

よって,

$$(12) \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$



例題 1.7.3 の式 (37) と比較して ,

$$(13) \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{ab}{b-a} \{ \phi(a) - \phi(b) \} .$$

よって , 静電容量は ,

$$(14) \quad C = \frac{Q}{\phi(a) - \phi(b)} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} .$$

● コンデンサーのエネルギー

式 (1.4.22)

$$(15) \quad W = \frac{1}{2} \int_V \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV$$

を用いると , 導体外では  $\rho(\mathbf{r}) = 0$  ゆえ ,

$$(16) \quad W = \frac{1}{2} \int_{\text{導体 1}} \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV + \frac{1}{2} \int_{\text{導体 2}} \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV .$$

導体中ではポテンシャルは一定だから，

$$(17) \quad W = \frac{1}{2}\phi_1 \int_{\text{導体 1}} \rho(\mathbf{r}) dV + \frac{1}{2}\phi_2 \int_{\text{導体 2}} \rho(\mathbf{r}) dV \\ = \frac{1}{2}\phi_1 Q - \frac{1}{2}\phi_2 Q = \frac{1}{2}Q(\phi_1 - \phi_2).$$

$C$  を用いると，

$$(18) \quad W = \frac{Q^2}{2C}.$$