

2 静磁場中の定常電流に働く力

$\mathbf{E} = 0$ とする. $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ は与えられているとする.
 i 番目の電荷に働くローレンツ力は (§ 1. 3),

$$(1) \quad \mathbf{F}_i = q_i \dot{\mathbf{x}}_i(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_i(t)).$$

すべての電荷について和をとると,

$$(2) \quad \mathbf{F} = \sum_i q_i \dot{\mathbf{x}}_i(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_i(t)). \quad (\text{微視的})$$

電流密度は (§ 1. 3),

$$(3) \quad \mathbf{i}(\mathbf{r}) = \sum_i q_i \dot{\mathbf{x}}_i(t) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i(t)).$$

よって,

$$(4) \quad \mathbf{F} = \int \mathbf{i}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) dV \quad (\text{巨視的にも成り立つ})$$

と書ける. この式を微視的領域について平均化したものであると考えれば ($\mathbf{i}(\mathbf{r})$ を連続的な分布と考える), 微小体積 dV に働く力は,

$$(5) \quad d\mathbf{F} = \mathbf{i}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) dV .$$

細い導線を通る電流 I の場合, $\int_S \mathbf{i}(\mathbf{r}) = I d\mathbf{r}$ と書けるから, 電流素片 $I d\mathbf{r}$ に働く力は,

$$(6) \quad d\mathbf{F} = I d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) . \quad (\text{アンペールの力})$$

回路 C 全体に働く力は,

$$(7) \quad \mathbf{F} = I \int_C d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) .$$