# 電磁気学 2 演習

1. 電流を電荷 $e$、質量 $m$ の荷電粒子群の運動によると考えると、電流は $\mathbf{i}(\mathbf{x}) = e\sum_{j=i}^{n} \mathbf{v}_j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{z_j})$ と書ける。ここで、$\mathbf{v}_j$、$\mathbf{z}_j$は粒子の速度と座標を表わす。このとき、磁気双極子能率と全角運動量の間の関係が
$$\mathbf{m} = \frac{e}{2m}\mathbf{L}$$
となることを示せ。
2. 原点に重い陽子が固定されていて、クーロン力によりそのまわりの半径 $a$ の円周上を電子が運動しているとする。電子の軌道面を x-y 平面にとり、その角速度を$\omega_0$とする。
   (a) 一様な外部磁場 $H$ を z 軸方向に半径 $a$ が変化しないようにかけたとき、角速度は変化して$\omega$となる。$\delta\omega = \omega - \omega_0$を $H$ の 1 次までで求めよ。
   (b) この角速度の変化による磁気能率の変化を求め、それが常に磁場の向きと逆 (すなわち、反磁性) であることを確かめよ。
3. No.4 の問題 1 のラグランジアンは外場が時間に陽に依存する場合にもそのまま使える。すなわち、
$$L = \frac{m}{2}\dot{\mathbf{x}}^2 + e\dot{\mathbf{x}}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{x},t) - e\phi(\mathbf{x},t)$$
である。
   (a) このラグランジアンがゲージ変換
$$\mathbf{A} \mapsto \mathbf{A}' = \mathbf{A} - \nabla\lambda(\mathbf{x},t)\,, \quad \phi \mapsto \phi' = \phi + \frac{\partial}{\partial t}\lambda(\mathbf{x},t)$$
   のもとで全微分項を除いて不変であることを示せ。
   (b) ハミルトニアンが
$$H(\mathbf{x},\mathbf{p},t) = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + e\phi$$
   となることを示せ。
   (c) ハミルトン形式での作用は
$$S = \int dt\,(\mathbf{p}\cdot\dot{\mathbf{x}} - H)$$
   である。変換
$$\mathbf{p} \mapsto \mathbf{p}' = \mathbf{p} - e\nabla\lambda\,, \quad \mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}' = \mathbf{x}\,, \quad H \mapsto H' = H + e\frac{\partial}{\partial t}\lambda$$
   で定数を除いて $S$ が不変となることを示せ。(つまり、この変換は$\lambda$を母関数とする正準変換である。)
   (d) 3b のハミルトニアンに対してこの変換はゲージ変換であり、系はゲージ不変であることを示せ。