# 電磁気学 2 演習

1. 磁束密度 $\mathbf{B}$ は $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を満す。
   (a) ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入して $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ とすれば上の条件を満すことを示せ。また、任意スカラー関数$\Lambda$について $\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \nabla\Lambda$ (ゲージ変換) としても $\mathbf{B}$ が不変であることを示せ。
   (b) 逆に $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ならば $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ となる $\mathbf{A}$ が存在することを示せ。(ヒント：ゲージ変換の自由度を利用して直交座標系で $A_x = 0$ としてよい。)
   (c) $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{x}}(p-1)yB_z + \hat{\mathbf{y}}pxB_z$ ($p$ は定数) のとき、$\mathbf{B}$ を求めその $p$ 依存性を調べよ。
   (d) この $\mathbf{A}$ の $p$ に依存する部分がゲージ変換の形に書けることを示し、対応する$\Lambda$を求めよ。

2. 定常電流密度 $\mathbf{i}(\mathbf{x})$ が与えられたとき、誘起される静磁場は $\nabla \times \mathbf{B} = \mu\mathbf{i}\,, \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ によって決定される。
   (a) ベクトルポテンシャルを決定する方程式が、$\triangle\mathbf{A} = -\mu\mathbf{i}\,, \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ と書けることを示せ。(ヒント：まずゲージ変換の自由度を用いて $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ とできることを示せ。)
   (b) $\mathbf{A}$ を求めよ。(ヒント：静電場の Poisson 方程式と比較せよ。)
   (c) $\mathbf{B}$ を決定せよ。(Biot–Savart の法則)
   (d) 細い導線に電流 $I$ が流れている場合、上の結果はどのように書けるか。

3. 以下の問いに答えよ。
   (a) 無限に長い直線定常電流 $I$ のまわりの磁束密度を求めよ。
   (b) 半径 $a$ の円電流の中心軸上の磁束密度を求めよ。
   (c) 同一の中心軸を持つ半径 $a$ の 2 個の同じ向きの円電流がある。2 個の円電流の間の距離を調節して中心軸の中点付近で磁場ができるだけ一様になるようにしたい。距離をいくらにすればよいか。