

電磁気学1 演義 第7回 アドバンストクラス追加問題

磁気双極子輻射 (magnetic dipole radiation) の電磁場は,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{cr} \ddot{\mathbf{m}}(t - r/c) \times \hat{\mathbf{r}}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{c^2 r} (\ddot{\mathbf{m}}(t - r/c) \times \hat{\mathbf{r}}) \times \hat{\mathbf{r}}, \quad (2)$$

で与えられる。(講義資料参照.)

1. ポインティングベクトル \mathbf{S} を求めよ。ただし, $\ddot{\mathbf{m}}$ と $\hat{\mathbf{r}}$ のなす角を θ とする。
2. 単振動している磁気双極子 $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m} \sin \omega t$ (\mathbf{m} は定数ベクトル) を考え, ポインティングベクトルの時間平均 $\langle \mathbf{S} \rangle$ を求めよ。
3. 単位時間当りの輻射の全エネルギー $\langle P \rangle$ を求めよ。ヒント: ポインティングベクトルの時間平均を半径 r の球面で積分すればよい。(結果が r に依らないことに注意.)
4. かに星雲 (Crab nebula) の中心付近にあるかにパルサー (pulsar) は, 周期 $T = 0.033$ s で自転している中性子星である。かに星雲はこのパルサーからの輻射によって輝いている。一方, 自転はゆっくりと減速しており, 回転の力学的エネルギーが輻射のエネルギーに転換されている。この転換は磁気双極子輻射によるものと考えられている。パルサーの磁気双極子モーメントが自転軸 (z 軸とする) に対して傾いていれば, 磁気双極子モーメントの赤道面への射影は, $\mathbf{m}_T(t) = m_T(\hat{\mathbf{x}} \cos \omega t + \hat{\mathbf{y}} \sin \omega t)$ と書ける。(m_T は定数, ω は自転の角速度.) これは, 互いに直交する 2 つの単振動磁気双極子である。単位時間当りの輻射の全エネルギーを $\langle P \rangle_{\text{pulsar}} = 3.7 \times 10^{31}$ W として, 磁気双極子の射影の大きさ m_T を求めよ。(有効数字 2 桁, SI.)