

電磁気学1 演義 第11回 アドバンストクラス追加問題

1. 電気感受率 $\tilde{\chi}(\omega)$ の ω が大きいときの振舞は、応答関数 $\chi(t)$ の $t \sim 0$ での性質で支配されている。 $\tilde{\chi}(\omega)$ の実部 $\tilde{\chi}_1(\omega)$ と虚部 $\tilde{\chi}_2(\omega)$ が、 $\omega \rightarrow \infty$ で

$$\tilde{\chi}_1(\omega) = O(1/\omega^2), \quad \tilde{\chi}_2(\omega) = O(1/\omega^3), \quad (1)$$

であることを示せ。 ヒント: $e^{i\omega\infty}$ のような項は0としてよい。

2. **Kramers-Kronig の関係式**と**振動子強度和則**について考察しよう。

(a) プラズマ振動数 ω_p を、

$$\omega_p^2 := - \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \tilde{\chi}(\omega), \quad (2)$$

で定義する。前問の結果と Kramers-Kronig の関係式を用いて、和則

$$\omega_p^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\omega \omega \tilde{\chi}_2(\omega) \quad (3)$$

を導け。

- (b) 式 (3) の右辺をローレンツモデルで評価し、 $\sum_j f_j$ を求めよ。(講義資料参照のこと。)

ヒント: $0 < b/2 < a$ のとき、

$$\int_0^\infty dx \frac{x^2}{(x^2 - a^2)^2 + b^2 x^2} = \frac{\pi}{2b}. \quad (4)$$

(実際の物理系では、 a, b の関係は満たされているとしてよい。)