電磁気学 1 演義　　　　　第 3 回　2019 年 4 月 22 日

0. 真空中に、無限に広い平面があり、単位面積あたり σ の電荷が一様に分布している。平面は z 軸に垂直で、$z=0$ にあるとする。電荷密度は $\rho(\boldsymbol{r})=\sigma\delta(z)$ と表せる。

   (a) 電場を求めよ。対称性から電場は、$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=E(z)\hat{z}$ と表せるだろう。元の axwell 方程式から、$E(z)$ の従う微分方程式を求め、これを積分して (ヒント：$\int_{-\infty}^{x}dy\delta(y)=\theta(x)$ ここで、$\theta(x)$ は階段関数で $x>0$ では 1、$x<0$ では 0 となる。) 積分定数は残しておいても良いし、反転対称性 $E(z)=-E(-z)$ を仮定して確定しても良い。

   (b) 静電ポテンシャルも $\phi=\phi(z)$ と表せるだろう。関係式 $\boldsymbol{E}=-\nabla\phi$ を積分して、静電ポテンシャルを求めよ。

1. 真空中に内径 a、外径 b の球殻があり、電荷 Q が一様に分布している。

   (1) 電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

   (2) これによって生じる電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

   ヒント：電荷分布は原点を中心として球対称であることに留意せよ。

2. 真空中に内径 a、外径 b の無限に長い円筒があり、単位長さあたり $\lambda(>0)$ の電荷が一様に分布している。これによってできる、電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

   ヒント：電荷分布は円筒の中心軸のまわりに回転対称であることに留意せよ。

3. 真空中に、半径 a の円板があり、単位面積あたり σ の電荷が一様に分布している。

   (a) この円盤の中心から高さ $z(>0)$ の点における静電ポテンシャル ϕ を求めよ。

   (b) そこでの電場を $\boldsymbol{E}=-\nabla\phi$ から求めよ。

   (c) 上で求められた電場について、$z/a\ll 1$ および $z/a\gg 1$ での振る舞いを調べよ。[1]

[1] 0. の結果とある極限で一致するはずである。確かめよ。