

## 電磁気学1 演義 第10回 アドバンストクラス追加問題

(中性の) 原子に電場 (外場)  $\mathbf{E}_{\text{ex}}$  をかけると,  $\mathbf{E}_{\text{ex}}$  に比例した電気双極子  $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}_{\text{ex}}$  が生じる場合を考える. (第9回アドバンスト問題を参照.)

1. 外場とそれにより生じた電気双極子との相互作用エネルギーが

$$U = -\frac{1}{2}\alpha \mathbf{E}_{\text{ex}}^2$$

であることを示せ. (ヒント: 外場を0から徐々に大きくしていく際のエネルギーの変化を考える.)

2. 外場として, 平面波  $\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \exp i(kz - \omega t)$  を鏡で反射させて作る定在波,  $\mathbf{E}_{\text{ex}}(z, t) = \mathbf{E}(z, t) + \mathbf{E}(-z, t)$  を考える. ( $\mathbf{E}_0$  は実定数ベクトル.) 電場の2乗の時間平均を求め, ポテンシャル  $U$  の時間平均の概形を示せ. ポテンシャルの周期を波長  $\lambda = 2\pi/k$  を用いて表すこと. ( $\alpha > 0$  とする.)
3.  $\alpha > 0$  の場合, 定在波の腹がポテンシャルの極小となるので, 原子をそこにトラップすることができる.  $\alpha/(4\pi\epsilon_0) = 200a_0^3$  ( $a_0$  はボーア半径. 第9回アドバンスト問題参照.) として, 元の平面波のエネルギーフラックスが  $1 \times 10^8 \text{ W/m}^2$  の場合のポテンシャルの深さを求め, 温度に換算せよ. (有効数字1桁.  $E_{\text{RMS}}^2 = \mathbf{E}_0^2/2$  に注意して, 第7回アドバンスト問題の結果を用いるとよい.)

レーザー光を3方向から照射して3次元の定在波を作れば, 3次元の光格子を作ることができ, そこに冷却した原子を配置することができる. このような状態は, 原子時計よりも高精度の光格子時計や, 量子シミュレーションに用いられている.