2019/06/17 出題

電磁気学１演義 第９回
アドバンストクラス追加問題

図１のように，一様な電場 $\boldsymbol{E}_0 = E_0\hat{\boldsymbol{z}}$ の中に帯電していない導体球 (半径 a) を置くと，表面に電荷が誘導され電場の様子が変る．遠方では電場は一様で，静電ポテンシャルを $\phi_0(\boldsymbol{r}) = -E_0 z$ と置くことができる．

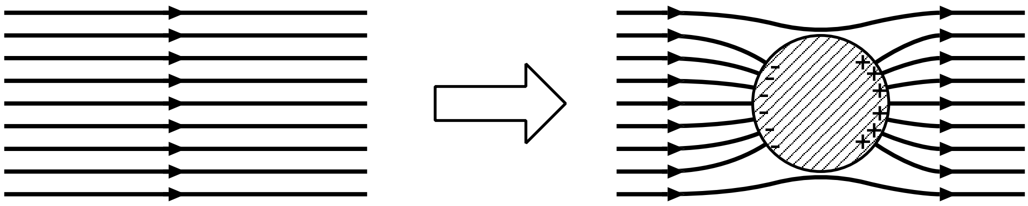

図１　一様な電場中の導体球

1. 誘導された電荷による電場を多重極展開する．全電荷はゼロであるから，双極子の項から現れる．対称性から，誘導された電気双極子 $\boldsymbol{p}$ は $\boldsymbol{E}_0$ に比例し，$\boldsymbol{p} = \alpha\boldsymbol{E}_0$ と書ける．(α を分極率と呼ぶ．) この $\boldsymbol{p}$ によるポテンシャル $\phi_1(\boldsymbol{r})$ を求めよ．(導体球の中心を原点とする．答のみでよい．)
2. 全ポテンシャルが $\phi(\boldsymbol{r}) = \phi_0(\boldsymbol{r}) + \phi_1(\boldsymbol{r})$ であると仮定しよう．これが導体外で Laplace 方程式を満すことは明らかである．境界条件を満すような α が存在するかどうか調べ，存在する場合は α を決定せよ．(解が存在すれば，Poisson 方程式の解の一意性から上の仮定が正当化される．) (ヒント: 境界条件は導体球の表面で設定される．)
3. (原子は導体ではないが) 上の導体球が原子であるとし，その原子からなる気体を考える．気体原子の分極率はその気体の屈折率と関係しており，測定可能な量である．実験によれば，水素原子の分極率は，$\alpha/(4\pi\varepsilon_0) = 0.667 \times 10^{-30}$ m^3 である．水素原子の半径を推定し，ボーア半径 $a_0 = 0.53 \times 10^{-10}$ m と比較せよ．