

電磁気学1演義 第10回 アドバンストクラス追加問題

1. 図1のように，一様な電場 $E_0 = E_0 \hat{z}$ の中に帯電していない導体球（半径 a ）を置くと，表面に電荷が誘導され電場の様子が変る．遠方では電場は一様で，静電ポテンシャルを $\phi_0(\mathbf{r}) = -E_0 z$ と置くことができる．

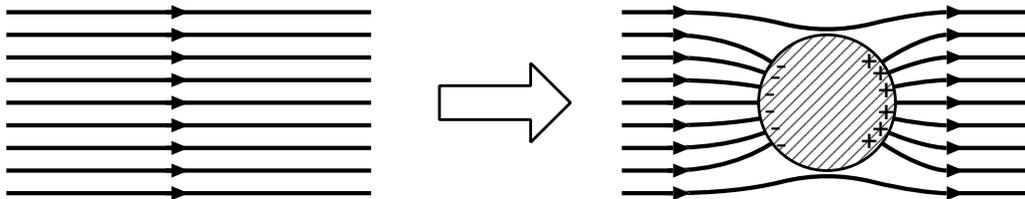


図 1: 一様な電場中の導体球

- (a) 誘導された電荷による電場を多重極展開する．全電荷はゼロであるから，双極子の項から現れる．対称性から，誘導された電気双極子 p は E_0 に比例し， $p = \alpha E_0$ と書ける．(α を「分極率」と呼ぶ．) この p によるポテンシャル $\phi_1(\mathbf{r})$ を求めよ．(導体球の中心を原点とする．答のみでよい．)
- (b) 全ポテンシャルが $\phi(\mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r}) + \phi_1(\mathbf{r})$ であると仮定しよう．これが導体外で Laplace 方程式を満すことは明らかである．境界条件を満すような α が存在するかどうか調べ，存在する場合は α を決定せよ．(解が存在すれば，Poisson 方程式の解の一意性から上の仮定が正当化される．) (ヒント: 境界条件は導体球の表面で設定される．)
- (c) (原子は導体ではないが) 上の導体球が原子であるとし，その原子からなる気体を考える．気体原子の分極率はその気体の屈折率と関係しており，測定可能な量である．実験によれば，水素原子の分極率は， $\alpha/(4\pi\epsilon_0) = 0.667 \times 10^{-30} \text{ m}^3$ である．水素原子の半径を推定し，ボーア半径 $a_0 = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ と比較せよ．