

## 電磁気学1 演義 第1回 アドバンスクラス追加問題

1. スカラー関数  $f$  の「勾配 (gradient)  $\nabla f$ 」について考える。
  - (a) 方程式  $f(x, y, z) = c$  ( $c$  は定数) で与えられる曲面を  $S$  とする。例えば,  $f$  が静電ポテンシャルであれば, この曲面は等電位面である。  $S$  上の点  $P$  を通る  $S$  上の曲線  $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$  を考える。  $P$  で  $\nabla f$  が  $P$  を通る任意の  $S$  上の曲線の接ベクトルと直交することを示せ。(ヒント:  $f(x(t), y(t), z(t)) = c$  を  $t$  で微分。) このことから「 $\nabla f$  は  $f$  が一定の曲面の法線ベクトル」であることが分かる。(例: 電場は等電位面に垂直。)
  - (b) 直線  $\ell(t) = r_0 + nt$  を考える。ただし,  $r_0$  は定ベクトルで,  $n$  は直線の方法を定める単位定ベクトルである。直線  $\ell(t)$  上の点  $Q$  での, 直線に沿う  $f$  の変化率  $df(\ell(t))/dt|_Q$  を  $Q$  での  $\nabla f$  を用いて表せ。
  - (c) 「変化率が最大になる方向」を求めよ。
  - (d)  $f$  が原点からの距離のみの関数, つまり  $f = f(r)$  のとき,  $\nabla f$  はどの方向を向くか。(ヒント:  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .)