実時間硬熱ループ近似DS方程式による熱QED/QCDのカイラル相転移構造の研究

関西地域合宿
2001/07/01

笛木 祐子 (奈良女子大)
共同研究者 ： 中川寿夫、横田浩、吉田光次
(奈良大)

1 introduction
1-1 QGP?
1-2 熱場の量子論
1-3 非摂動論
2 Dyson-Schwinger 方程式
3 分析
4 まとめと考察

1 Introduction

1-1 クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) ?

強

4つの力

強い力	QCD（量子色力学）
電磁力	QED（量子電磁力学）
弱い力	β崩壊
重力	引力

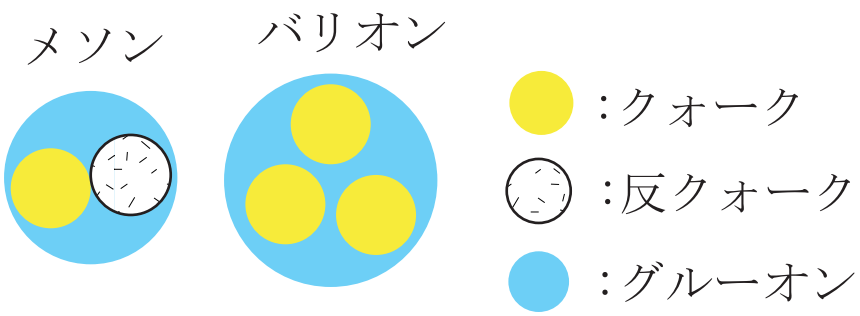
弱

- QCD の特徴
- 漸近的自由性
  短距離で測ると結合力が小さくなる
- クォークの閉じ込め
  クォークは単体では決して観測されず、ハドロンの中にしか存在しない

カイラル対称性の破れ

疑問 ： クォークとグルーオンは分離することは出来ないのか?

ハドロン：

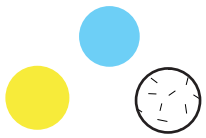


- 高温・高密度

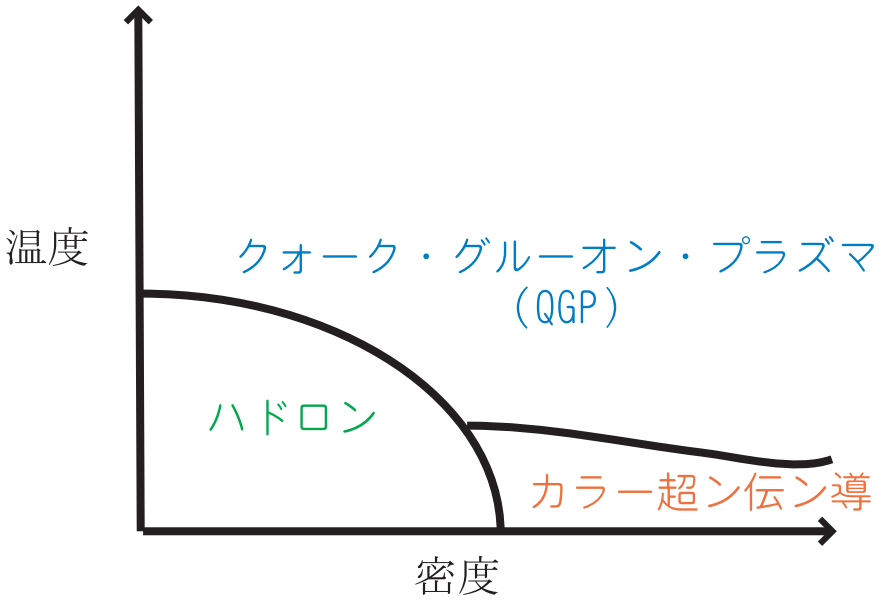
クォークとグルーオンの束縛状態が破れる

カイラル対称性の回復

メソン：



quark・gluon・plusma



実験 ：

相対論的重イオン衝突型加速器 (Relativistic Heavy-Ion Collider,RHIC),
ブルックヘブン国立研究所 (BNL)

LEP(200GeV 電子・陽電子コライダー)、欧州原子核研究機構 (CERN)

Tevatron(2TeV 陽子・反陽子コライダー)、フェルミ研究所

熱ゲージ場理論 (QED,QCD,ElectroWeak interaction(電弱相互作用),$\cdots$) の温度・密度に依存する相構造・相転移で研究されていること：

A. 閉じ込め/非閉じ込めの転移
B. カイラル対称性の破れ/回復
C. 電弱相転移の機構と次数
D. カラー超電導、(カラー) 強磁性
⋮

相転移現象の研究のために用いられる研究処方
- Lattice・シュミレーション
- 有効ポテンシャルと作用の解析計算および繰り込み群による改善
- Dyson-Schwinger(DS) 方程式を用いた非摂動論的解析計算

(Schwinger-Dyson 方程式の方が耳馴染みがあるかも?)

⋮

本研究において B. に注目する。
物理質量に対する分析は、遅延伝播関数の極を考える。
$\Longrightarrow$ カイラル対称性の破れと回復の関係はフェルミオンの質量を分析すれば良い。

フェルミオン自己エネルギー (Σ_R) を非摂動論で調べる

(解析的分析が可能、先行する分析との比較検討が可能)

$\Longrightarrow$ 場の理論には温度の概念が入っていない。

1-2 熱場の量子論

温度の概念を取り入れたいが、通常の場の量子論には温度の概念が入っていない。

⇓

熱場の量子論
松原 Green 関数

利点 ：
通常の零温度の場の量子論の形式と方法がほとんど適用できる。

1-2-1 松原 Green 関数

温度 T にある系の分配関数

$$Z \equiv tr\ e^{-\beta \boldsymbol{H}} \quad \left(\beta \equiv \frac{1}{k_B T}\right)$$

$\boldsymbol{H}$: 系の Hamiltonian,
k_B: Boltmann 定数 (本研究では $k_B = 1$ として考える)

Heisenberg 表示：

$$\hat{O}_H(t, \boldsymbol{x}) \equiv e^{-i\boldsymbol{H}t}\hat{O}_H(\boldsymbol{x})e^{i\boldsymbol{H}t}$$

統計演算子 $e^{\beta \boldsymbol{H}}$, $\Longleftrightarrow$, 時間発展演算子 $e^{-i\boldsymbol{H}t}$

つまり、統計演算子は虚時間$(t \equiv -i\tau,\ [0, \beta])$の時間発展演算子と考えることができる。

時間軸を虚時間におくのでこの形式を、
Imaginary Time Formalism(ITF) と言う。

松原 Green 関数

$$G_\beta^{(n)}(-i\tau_1, \boldsymbol{x}_1; \cdots ; -i\tau_n, \boldsymbol{x}_n) = \frac{tr[e^{-\beta \boldsymbol{H}} T_\tau \phi(-i\tau_1, \boldsymbol{x}_1) \cdots \phi(-i\tau_n, \boldsymbol{x}_n)]}{Z}$$
$$\equiv < T_\tau \phi(-i\tau_1, \boldsymbol{x}_1) \cdots \phi(-i\tau_1, \boldsymbol{x}_1) >_\beta$$

⇕

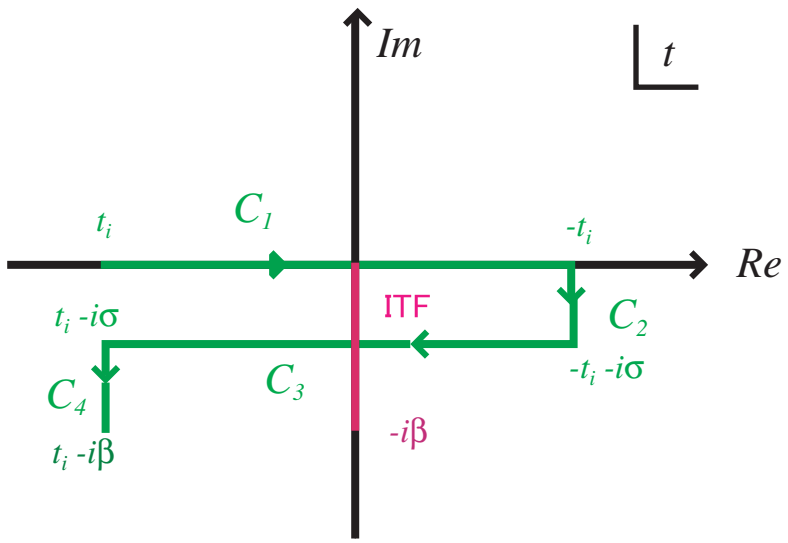
$T = 0$ の Green 関数

$$G^{(n)}(x_1, \cdots, x_n) = \frac{< \Omega | e^{-iH(t_F - t_I)} T[\phi(x_1) \cdots \phi(x_n)] | \Omega >}{< \Omega | e^{-iH(t_F - t_I)} | \Omega >}$$

1-2-2 閉経路実時間形式

時間を複素数として取り扱う。

$t \equiv z(v)$: 約束: v は実数かつ単調増加。
path C :約束: t の虚数部は増加しない。$t_f = t_i - i\beta$

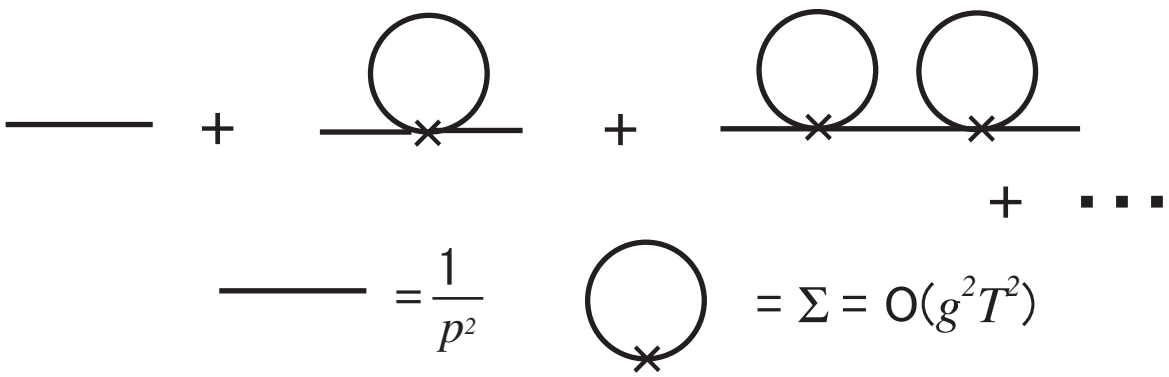


Real Time Formalism(RTF)
$\sigma = 0$ 閉経路実時間形式を採用する。(path は C_1 と C_3 で考える)

ITF と RTF の間の関係は 2 点関数では対応していることは知られている。

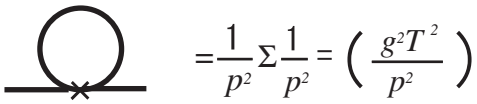
1-2-3 硬熱ループ (Hard Thermal Loop,HTL) 再加算

例：ϕ^4 理論

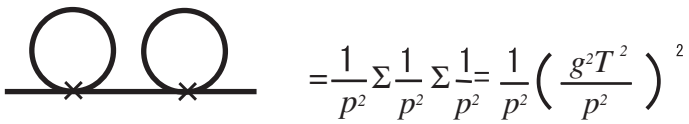


0次：

1次：



2次：



- hard momentum $P^\mu = O(T)$

n-Loop 項は tree 項に対して $(g^2)^n$ の摂動的寄与

- soft momentum $P^\mu = O(gT)$

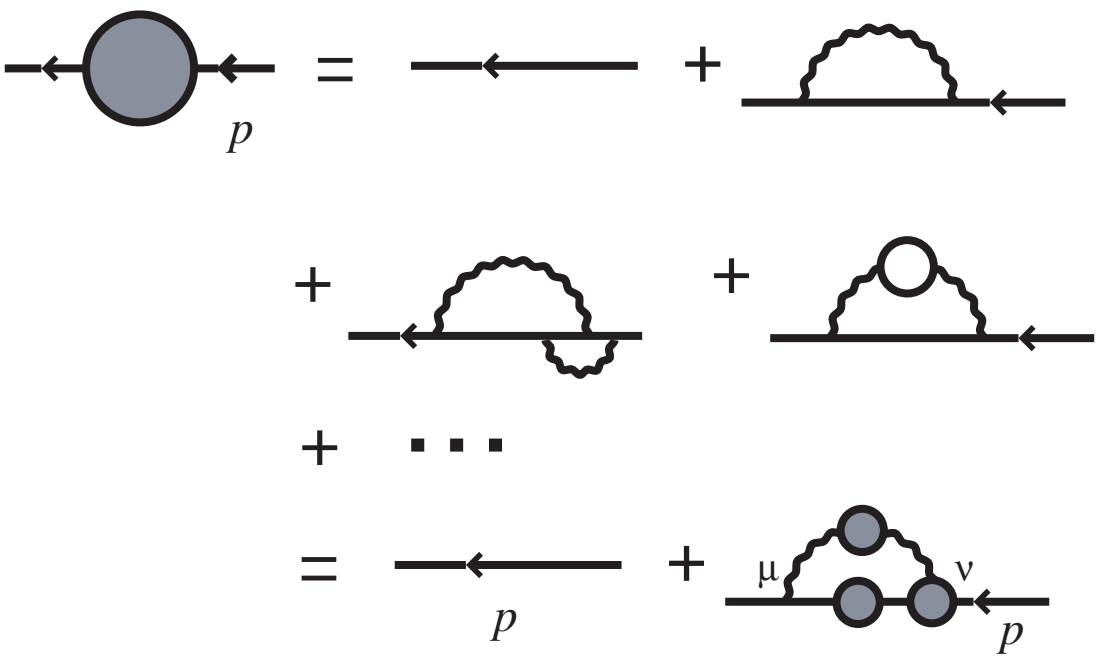
n-Loop 項は tree 項と同じ order. 摂動は破綻しているので、すべての項を足し上げたものを扱う。

1-3 非摂動論

1-3-1 $T = 0$

W. A. Bardeen, C. N. Leung and S. T. Love('86)
K.-I. Kondo, H. Mino and K. Yamawaki('89)
W. A. Bardeen, S. T. Love and V A. Miransky('90)

Σ の DS 方程式



$$[iS_F]^{-1} = [iS_0]^{-1} - \Sigma(p)$$

iS_F : full なフェルミオンの伝播関数

$$iS_F(p) \equiv \frac{i}{\not{p} - \Sigma(p)} = \frac{i}{A(p^2)\ \not{p} - B(p^2)}$$

$A(p^2),\ B(p^2)$: 未知関数

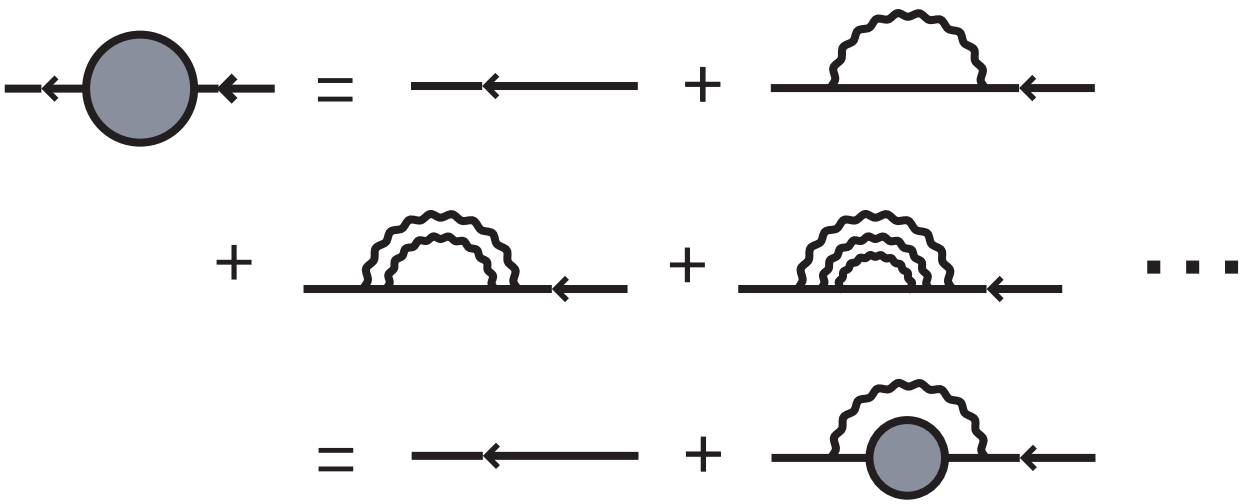
フェルミオン自己エネルギー

$$-i\Sigma(p) = (-ie)^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\mu i S_F(k) \Gamma^\nu(p,k) i D'_{\mu\nu}(p-k)$$

$p = 0$ の時、$\Sigma(0)$ を動力学的質量と呼ぶ。

$T = 0$ での DS 方程式の特徴

ladder(梯子) 近似, rainbow：



Landau ゲージ $(\alpha = 0)$ 固定の下では有効な近似法。
$(A(p^2) = 1$ が保証されている$)$
$\Longrightarrow B(p^2)$ の解析のみで良い。

$$B(p^2) = e^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{B(k^2)}{A(k^2)^2 k^2 + B(k^2)^2} \frac{3-\alpha}{(p^2-k^2)}$$

$$A(p^2) = 1 - \frac{e^2}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{A(k^2)}{A(k^2)^2 k^2 + B(k^2)^2} \frac{\alpha}{(p^2-k^2)}$$

1-3-2 $T \neq 0$

今だ明確な結果が与えられたとは言いがたい。

- 過去の仕事：

K.-I. Kondo and K. Yoshida('95);
M. Harada and A. Shibata('99)
$\Longrightarrow$ ladder 近似で行なわれている。

K. Fukazawa, T. Inagaki, S. Mukaigawa and T. Muta('99)
$\Longrightarrow$ ゲージボゾン伝播関数のみに HTL 再加算をしている。
頂点関数に HTL 再加算をいれていない。

我々の提案：
- RTF での "正しい" HTL 近似の下での DS 方程式を書き上げる。

静止近似 $(p_0 = 0,\ p \to 0)$ では、外線は soft momentum となる。
$\Longrightarrow$ 熱場の性質を適切に取り入れるためには HTL 近似をする必要がある。

soft momentum に変換した process の寄与

(HTL resummed propagetar)

$+$

soft momentum に変換した頂点の寄与
(HTL resummed vertex)

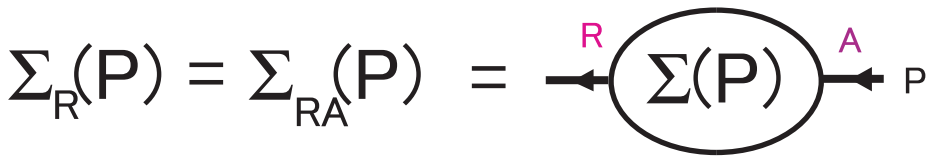
- HTL 近似をした n-点関数の計算結果も出した。$(n = 2,\ 3,\ 4)$

(ITF では HTL 近似をした頂点関数は求められている
(Braaten-Pisarski '90,Frenkel-Taylor '90)。しかし、RTF では関数の形として与えられていない上に、対応もわからない。)
ITF での HTL 再加算をした頂点関数と比較すると対応しない量がある。
QED-type の Ward-高橋恒等式が成り立つのは証明済。
$\Longrightarrow$ 結果にどのように影響するのか?

2 Dyson-Schwinger 方程式

2-1 物理表現 (Cho-Su-Hau-YU '85)

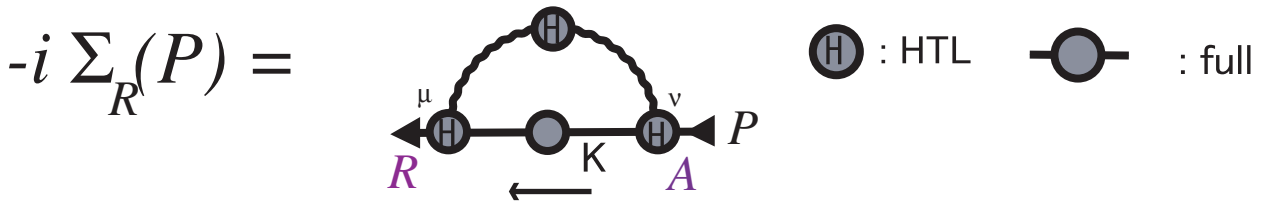
カイラル対称性の破れと回復の問題の議論にはフェルミオンの質量を分析する。
$\Longrightarrow$ 遅延伝播関数の極が問題となるので、Σ_R を調べる。



伝播関数 ：

$$\begin{pmatrix} 0 & D_A \\ D_R & D_C \end{pmatrix}$$

R:Retarted(遅延) A:Advanced(先進) C:Correlation(相関)



$$\not{P} - \Sigma_R(P) \equiv A(P)\not{P} + B(P)\gamma^0 - C(P)$$

$$-i\Sigma_R(P) = \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4}[$$
$$^*\Lambda^{\mu}_{RAA}(-P,K,P-K)iS_R(K)\ ^*\Lambda^{\nu}_{RAA}(-K,P,K-P)i\ ^*G_{C,\mu\nu}(P-K) +$$
$$^*\Lambda^{\mu}_{RAA}(-P,K,P-K)iS_C(K)\ ^*\Lambda^{\nu}_{AAR}(-K,P,K-P)i\ ^*G_{R,\mu\nu}(P-K)]$$

*:HTL,$\Lambda^{\mu(\nu)}$:頂点関数、S:full なフェルミオンの伝播関数、
$G_{\mu\nu}$: ゲージボゾン伝播関数

QED の場合。(QCD の場合では $e^2 \to g^2 C_F$ と置き換える。)

- $$-p^2(1-A(P)) = -e^2 \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4}$$
$$\Big[\frac{2T}{p_0-k_0}[\tilde{A}(K)\{K_\sigma(P_\rho - p_0 g_{\rho 0}) + K_\rho(P_\sigma - p_0 g_{\sigma 0}) + \vec{p}\cdot\vec{k} g_{\rho\sigma}\}$$
$$+\tilde{B}(K)\{P_\rho g_{\sigma 0} + P_\sigma g_{\rho 0} - 2p_0 g_{\rho 0} g_{\sigma 0}\}]F^{\rho\sigma}(P,K) +$$
$$\{1-2n_F(k_0)\}Im[\tilde{A}(K)\{K_\sigma(P_\rho - p_0 g_{\rho 0}) + K_\rho(P_\sigma - p_0 g_{\sigma 0}) + \vec{p}\cdot\vec{k} g_{\rho\sigma}\}$$
$$+\tilde{B}(K)\{P_\rho g_{\sigma 0} + P_\sigma g_{\rho 0} - 2p_0 g_{\rho 0} g_{\sigma 0}\}]H^{\rho\sigma}(P,K)\Big]$$

- $$-p^2 B(P) = -e^2 \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4}$$
$$\Big[\frac{2T}{p_0-k_0}[$$
$$\tilde{A}(K)\{K_\sigma(p_0 P_\rho - P^2 g_{\rho 0}) + K_\rho(p_0 P_\sigma - P^2 g_{\sigma 0}) - (p^2 k_0 - p_0 \vec{p}\cdot\vec{k}) g_{\rho\sigma}\}$$
$$+\tilde{B}(K)\{p_0 P_\rho g_{\sigma 0} + p_0 P_\sigma g_{\rho 0} - 2P^2 g_{\rho 0} g_{\sigma 0} - p^2 g_{\rho\sigma}\}]F^{\rho\sigma}(P,K) +$$
$$\{1-2n_F(k_0)\}\times$$
$$Im[\tilde{A}(K)\{K_\sigma(p_0 P_\rho - P^2 g_{\rho 0}) + K_\rho(p_0 P_\sigma - P^2 g_{\sigma 0}) - (p^2 k_0 - p_0 \vec{p}\cdot\vec{k}) g_{\rho\sigma}\}$$
$$+\tilde{B}(K)\{p_0 P_\rho g_{\sigma 0} + p_0 P_\sigma g_{\rho 0} - 2P^2 g_{\rho 0} g_{\sigma 0} - p^2 g_{\rho\sigma}\}]H^{\rho\sigma}(P,K)\Big]$$

- $$C(P) = -e^2 \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4} g_{\rho\sigma} \times$$
$$\Big[\frac{2T}{p_0-k_0}\tilde{C}(K)F^{\rho\sigma}(P,K) + \{1-2n_F(k_0)\}Im[\tilde{C}(K)]H^{\rho\sigma}(P,K)\Big]$$

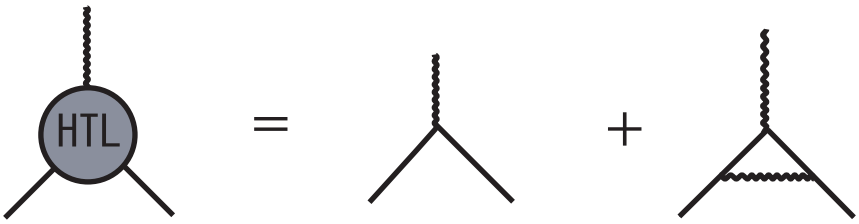
$$\begin{cases} F^{\rho\sigma}(P,K) \equiv \Lambda^{\rho\mu}_{-+}(-P,K)Im[\,{}^*G_{R,\mu\nu}(P-K)]\Lambda^{\nu\sigma}_{-+}(-K,P) \\ H^{\rho\sigma}(P,K) \equiv \Lambda^{\rho\mu}_{-+}(-P,K)\,{}^*G_{R,\mu\nu}(P-K)\Lambda^{\nu\sigma}_{++}(-K,P) \end{cases}$$

T は RTF と ITF が対応していない量。
$\Longrightarrow$ 今後 DS 方程式を解く上でどのような影響がでるのか ?

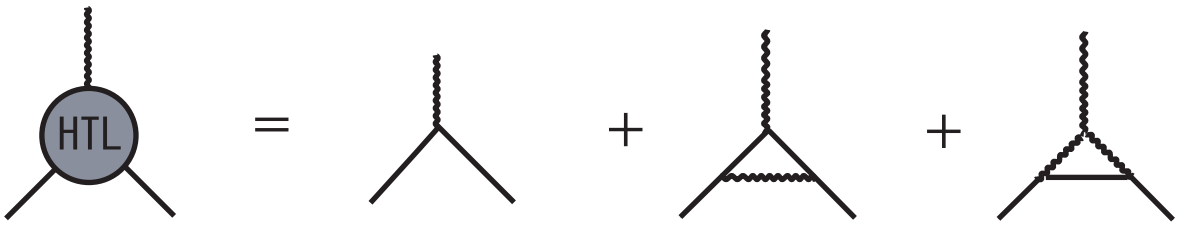
2-2 頂点関数

HTL近似をした頂点関数について：

QED:

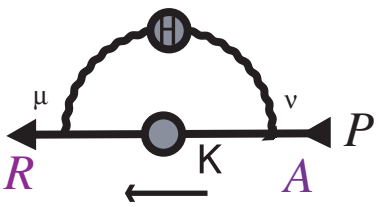


QCD:



解析をしやすくするために、頂点関数をtree近似する。
(先行する結果との比較のため)

$$-i\,\Sigma_R(P) =$$



それでも、分析は大変なのでさらなる近似をとる必要がある。
$\Longrightarrow$ 近似のとり方によって熱場の性質を落してしまっている。

3 分析

先行する仕事との比較のために、以下の近似をとる。

- ladder 近似
- Instantaneous-Echange 近似

$$ {}^*G_{\mu\nu}(p_0 - k_0, \vec{p} - \vec{k}) \ \rightarrow \ {}^*G_{\mu\nu}(0, \vec{p} - \vec{k}) $$

- $Im\Sigma_R = 0$
- 零温度理論での結果を採用。$(A(p^2) = 1)$

$\Downarrow$

虚数部の発散が起こる。
従前の結果と異なる!!

$Im\Sigma_R$ の部分は無視できない。

$Im\Sigma_R \neq 0$ として再分析
(数値解析中)

4 まとめと考察

4-1 まとめ

今回の結果

- QED,QCD の $\Sigma_R(P)$ を “正しい” 近似の下で DS 方程式を書いた。
(RTF での HTL 近似をした n-点関数 $(n = 2, 3, 4)$ を求めた。)
- 従前の結果と比較するために近似を行ない解析した。
  $Im\Sigma_R = 0$
  $A = 1$(Landau ゲージ)
  IE 近似
  ladder(improved ladder) 近似

$$\Downarrow$$

虚数部の発散が起こる(今までの結果と違う)!!

提案：
$Im\Sigma_R \neq 0$ として解析。(数値解析を含める)

他に
- 頂点関数をいれる。
- $A = 1$ となるようなゲージを探す。

  ...

4-2 将来展望

- Σ_R を求めて、カイラル対称性の破れと回復の機構を解明する。
- 磁荷質量について調べる。
- カラー超電導

  ...